

**La classe de mathématiques :
activités des élèves et
pratiques des enseignants**

Éditeur Fabrice Vandebrouck

Partie 0 - Chapitre 1 – Le cadre général de nos recherches en didactique des mathématiques

Aline Robert

Équipe Didirem, Université Paris 7 Denis Diderot

Comme rappelé en introduction, nous avons choisi d'aborder les apprentissages des élèves par l'intermédiaire des activités mathématiques qui leur sont proposées en classe. Les autres variables qui interviennent dans les apprentissages (facteurs affectifs, sociaux) sont ici traitées comme des paramètres.

L'enseignement va alors être caractérisé en relation avec ces activités : nous devons analyser tout ce qui peut contribuer à définir les activités proposées aux élèves, les contenus mathématiques en jeu, les déroulements organisés – dont les dévolutions, les médiations, les expositions de connaissances, et, de ce fait, les discours de l'enseignant qui modulent ces activités – tant du point de vue sémantique que du point de vue de leurs modalités. Une des questions encore ouverte aujourd'hui est justement la détermination d'indicateurs significatifs dans ce discours : jusqu'à quel point analyser la manière dont l'enseignant s'adresse aux élèves, par delà le strict contenu de son message ? Dans quelle mesure (et à quoi ?) les élèves sont-ils sensibles ?

Reste la spécificité liée aux mathématiques à enseigner : c'est ce qui nous permet de décrire les contenus en jeu et de catégoriser les activités proposées aux élèves. C'est d'ailleurs là que peuvent intervenir certaines différences entre didacticiens. Par exemple, nous mettons au premier plan la variété des mises en fonctionnement des connaissances et nous nous sommes donnés les moyens de la repérer à partir des énoncés des exercices, alors que d'autres chercheurs sont davantage polarisés sur l'exhaustivité des types de tâches des exercices portant sur un sujet donné, ou sur l'introduction des notions.

Il nous faut ensuite nous donner les moyens d'interpréter les résultats et de réfléchir à des conséquences, y compris pratiques. C'est là que nos perspectives théoriques évoluent depuis une dizaine d'années, en nous amenant à adopter la théorie de l'activité aussi pour les enseignants, même si c'est un peu différemment comme nous le verrons.

I. Un petit historique

1. Donner une place aux enseignants dans nos analyses

Beaucoup de chercheurs contribuant à cet ouvrage sont engagés dans des formations dans leur travail d'enseignement (en Ecoles Normales, puis en Instituts Universitaires de Formation des Maîtres depuis 1991). Que ce soit en formation initiale ou continue, le constat de la difficulté de la diffusion des travaux de didactique des mathématiques est assez frappant. Pourquoi cette difficulté ? Une explication scientifique de ce phénomène semble importante.

D'autre part, comme tous les didacticiens ces dernières années, notre éternelle recherche, toujours renouvelée, des liens entre enseignement et apprentissage, nous amène à nous intéresser prioritairement à ce qui se passe effectivement dans la classe, aux activités des élèves provoquées par l'enseignant comme à son discours. Quel est le rôle de l'enseignant dans les apprentissages ? Qu'est-ce qu'il fait en classe ? Cette question est différente de la question de la diffusion évoquée plus haut et suggère déjà l'évolution que nous avons été amenée à introduire.

2. Premières tentatives

Un certain nombre de recherches ont été menées sur les enseignants de mathématiques dans les années 90. En partant notamment du constat que les professeurs avaient du mal à entendre le discours du didacticien, à adopter des ingénieries didactiques, nous nous sommes

demandée d'abord, à ce moment-là, si cela ne devait pas être imputé à des différences de représentations entre enseignants et didacticiens, sur les mathématiques, leur enseignement et leurs apprentissages. Mais assez vite les travaux ont révélé que cette explication ne suffisait ni à interpréter complètement les différences constatées (Marilier, 1994), ni encore moins à agir. En fait, d'une part, les représentations exprimées auxquelles nous avons accès ne traduisaient pas suffisamment les pratiques effectives. D'autre part, les difficultés d'un enseignant à « emprunter des éléments de didactique », l'écart entre le possible et le didactique, ne pouvaient pas seulement être imputés aux personnes, mais devaient aussi être mis en relation avec autre chose, qui dépassait les individus, notamment ce que plus loin nous ferons intervenir comme le métier. D'où l'insuffisance de recherches centrées sur les conceptions individuelles.

Notre démarche fût alors, pour explorer les pratiques du professeur, de se centrer sur le discours tenu en classe : évidemment en relation avec ce que l'enseignant faisait faire, en terme de contenu, mais aussi avec ce qu'il ajoutait au contenu par son discours, par exemple aux moments des institutionnalisations : « se valent-elles » toutes ? Est-ce que tous les discours d'accompagnement sont analogues ? Telles étaient les questions posées alors.

Pendant quelques années, un certain nombre de recherches ont prouvé qu'il y avait une réelle variabilité dans les discours tenus en classe : de manière interindividuelle, variabilité des commentaires « méta » (par exemple Chiocca, 1995 ; Josse et Robert, 1993), variabilités des mises en scène d'un même problème. Les méthodologies étaient directement empruntées à la didactique des mathématiques, ajoutant aux analyses des tâches proposées aux élèves en relation avec les contenus précis visés, des analyses de discours pilotées par une catégorisation assez générale distinguant structuration, argumentation, accompagnement non mathématique... On ne prenait en compte finalement que les élèves : c'est à la seule aune de ce qui leur était destiné que se faisaient les analyses.

La dernière recherche en date de ce type a été la thèse de Hache (1999) qui a réussi à regrouper certaines variables liées au discours, à la gestion et aux contenus choisis, en dégagant quelques « univers » propres à chaque professeur parmi une dizaine de types possibles ; chaque univers se caractérisant par une certaine combinatoire de la nature des tâches proposées et de la gestion correspondante. Un même enseignant n'empruntait jamais plus de 3 ou 4 univers.

Mais à la fin, il nous restait quand même une grande interrogation par delà ces diversités, non seulement sur leurs effets sur les apprentissages mais encore sur l'interprétation de ces variabilités, voire sur les conséquences en formation. Finalement pourquoi les professeurs, débutants ou confirmés, utilisaient-ils telle ou telle manière de mener la classe ? Quelle variation pour un même professeur ? Entre professeurs ?

Par ailleurs, quelques travaux sur les formations (Masselot, 2000 ; Vergnes, 2001) ont précisé les difficultés des professeurs débutants à emprunter des éléments issus de la didactique des mathématiques dans leurs pratiques. Même si il est très séduisant de se dire qu'on va proposer un bon problème aux élèves, qui les mette à pied d'œuvre pour construire le sens d'une notion, il n'en reste pas moins que l'enseignement n'est pas fait que d'introductions, que toutes les notions ne se prêtent pas de la même manière à ce jeu-là, qu'il y a des contraintes de temps qui pèsent lourd sur les possibilités de laisser les élèves travailler en autonomie, que tous les élèves ne sont pas pareils, y compris vis-à-vis de la posture nécessaire à entrer dans des démarches de recherche autonome, que la technique doit être travaillée aussi et enfin que les enseignants réussissent tout de même à faire apprendre un certain nombre d'élèves en utilisant des dispositifs éventuellement éloignés des nôtres. Comment cela se passe-t-il ? Peut-on faire autrement, pour plus d'élèves, et pour les enseignants, installer plus vite des pratiques efficaces ?

Il y avait à la fois un enjeu de compréhension des pratiques, voire de formation et un besoin d'articuler les résultats obtenus sur les variabilités individuelles à quelque chose de plus général, permettant de repérer les régularités, de trouver ce qui peut être modifié (et comment), sans perdre de vue les acquisitions des élèves.

II. Elargissement à la théorie de l'activité

L'historique partiel du paragraphe précédent nous a amenée à analyser les pratiques des enseignants à la fois dans et pour leur relation avec les apprentissages, mais aussi en relation avec le fait qu'il s'agit de l'exercice d'un métier, en respectant la complexité, y compris individuelle, ce qui est notre première hypothèse admise. En particulier, il n'est pas question de transposer directement des éléments issus de théories didactiques (par exemple pour calquer les formations sur les apprentissages), ni de découper les pratiques en juxtaposant par exemple des connaissances qu'elles traduiraient (disciplinaires, pédagogiques, etc...).

Nous avons donc effectué un double élargissement. D'une part, nous avons abandonné le lien exclusif entre pratiques en classe et apprentissages visés pour nous plonger dans l'univers du métier. Nous avons choisi l'option suivante : pour analyser, interpréter les pratiques et peut-être pour ensuite les former, on ne peut pas faire l'impasse du fait que ces pratiques, tout en ayant pour objectif l'apprentissage des élèves, concernent l'exercice singulier d'un métier, le métier d'enseignant. Il y a là un véritable changement de posture pour le chercheur. D'autre part, cela nous a amené à nous inspirer et/ou à faire des emprunts à la théorie de l'activité, à la psychologie ergonomique et, plus récemment, à la didactique professionnelle : et ce travail n'est pas terminé, loin s'en faut ! Soulignons que cela est d'autant plus facile que nous utilisions déjà des éléments de théorie de l'activité dans notre approche didactique des apprentissages des mathématiques (cf. Piaget, Vygotski et surtout Vergnaud).

Nous avons ainsi élaboré avec J. Rogalski une démarche théorique pour étudier les pratiques, appelée « double approche »⁴, pour souligner le fait que nous imbriquions des analyses des activités des élèves à des analyses des activités de l'enseignant liées à l'exercice du métier. Puis certains d'entre nous y ont encore ajouté des éléments directement inspirés des schémas de développement des activités de travail.

Selon J. Rogalski, l'objet de la théorie de l'activité est bien une activité finalisée et motivée : le sujet vise l'atteinte de buts d'action, et ce sont les mobiles de son activité qui sont le moteur de ses actions. La théorie vise l'analyse des processus en jeu chez le sujet agissant, et les processus par lesquels son activité évolue et par lesquels il se développe.

Elle s'appuie sur deux notions clés : celle de sujet et celle de situation. Elle différencie par ailleurs tâche et activité, qui sont respectivement « du côté de la situation » et « du côté du sujet ». Elle permet de questionner les phénomènes de diversité et l'influence des déterminants personnels dans l'activité et le développement des acteurs.

Du point de vue didactique, l'orientation retenue est l'analyse des mises en fonctionnement de connaissances mathématiques telles qu'elles sont organisées par l'enseignant lorsqu'il propose aux élèves des tâches mathématiques. Plus précisément, pour chaque énoncé, une analyse didactique est effectuée à partir du contenu mathématique de l'énoncé étant donné le niveau scolaire considéré. Elle permet d'associer un ensemble de tâches possibles de la part des élèves, mettant en jeu des connaissances anciennes, récentes ou en cours d'acquisition. Cette analyse initiale a priori de tâches est insuffisante pour appréhender les activités possibles des élèves et particulièrement les mises en fonctionnement de connaissances sur lesquelles on s'interroge. Un élément essentiel dans l'approche didactique développée est l'analyse des déroulements effectifs qui, à partir des analyses a priori précédentes, précise les

⁴ Raccourci pour « double approche didactique et ergonomique » pour l'analyse des pratiques enseignantes.

activités effectivement possibles des élèves dans la classe. Du point de vue de la psychologie ergonomique, c'est l'enseignant dont on considère l'activité réelle en tant que sujet et non sous l'angle de sa position dans le triangle didactique <savoir élève enseignant >. Dans cette perspective on n'oppose pas la contingence de l'activité dans une classe particulière au nécessaire du métier dans une institution didactique.

III. Retour sur l'apprentissage des élèves

Nous nous intéressons aux élèves tels qu'ils sont, même si nous n'avons pas toujours accès aux élèves singuliers, même si, et par définition même, nous n'avons pas accès à leur véritable activité (puisque celle-ci se passe en partie dans les têtes). Ainsi, nos analyses cherchent au moins à délimiter ce que les élèves réels peuvent avoir eu « à faire », leur activités possibles, même si, encore une fois, ce n'est pas toujours ce que chaque élève réel a vraiment fait, a vraiment développé comme activité que nous nous donnons les moyens d'étudier. Il ne s'agit donc pas d'étudier directement les apprentissages possibles d'un élève générique, mais d'approcher ceux d'un élève réel, voire des élèves réels, par l'intermédiaire de ses (leurs) activités possibles, complétées parfois par leurs activités observées⁵.

1. Comment relient-nous activités possibles et apprentissages ?

Nous relient activités possibles et apprentissages en retenant, pour étudier ces activités, des variables associées aux dimensions globales pouvant influencer ou intervenir sur la qualité des apprentissages, inspirées de nos références théoriques spécifiées aux mathématiques et à la situation scolaire (*cf.* partie 1).

Cela ne nous permet pas de faire des inférences directes entre activités et apprentissages, ni entre pratiques d'enseignants et apprentissages, mais cela nous amène à mieux connaître les régularités et les diversités de ce que les élèves font en mathématiques en classe, en relation avec ces variables de leurs apprentissages.

2. Comment accédons-nous aux activités possibles des élèves en classe ?

Comme nous l'avons exposé ci-dessus, nous étudions des séances de classe et plus précisément nous dégagons les énoncés proposés aux élèves et les déroulements qui sont organisés. Ainsi, nous étudions ces activités possibles des élèves à travers l'enseignement « réel ». De plus, nos analyses sont pilotées par les choix des enseignants en terme d'énoncés et de déroulements (dissymétrie des rôles).

Encore une fois, c'est ce qui se passe dans la classe, effectivement, « en vrai » qui nous intéresse et nous renseigne. Ainsi, ce n'est pas le travail des uns et des autres tel qu'il pourrait être, ou même tel qu'il devrait être, qui est en jeu pour nous, au moins dans un premier temps : c'est le travail réel, l'offre effective que nous étudions. Offre déclinée en termes d'activités possibles pour les élèves, reliées à leurs apprentissages, et d'activités en classe pour les enseignants, reliées à leurs pratiques.

3. Pourquoi avons-nous fait ces choix ?

Les procédures ou les erreurs des élèves ne sont sans doute pas dues au hasard. De la même façon, à nos yeux, en général, les choix des enseignants pour une classe donnée ont une certaine récurrence qui n'est pas aléatoire : à nous de la décrypter et d'en déceler les variabilités, intra et inter enseignants.

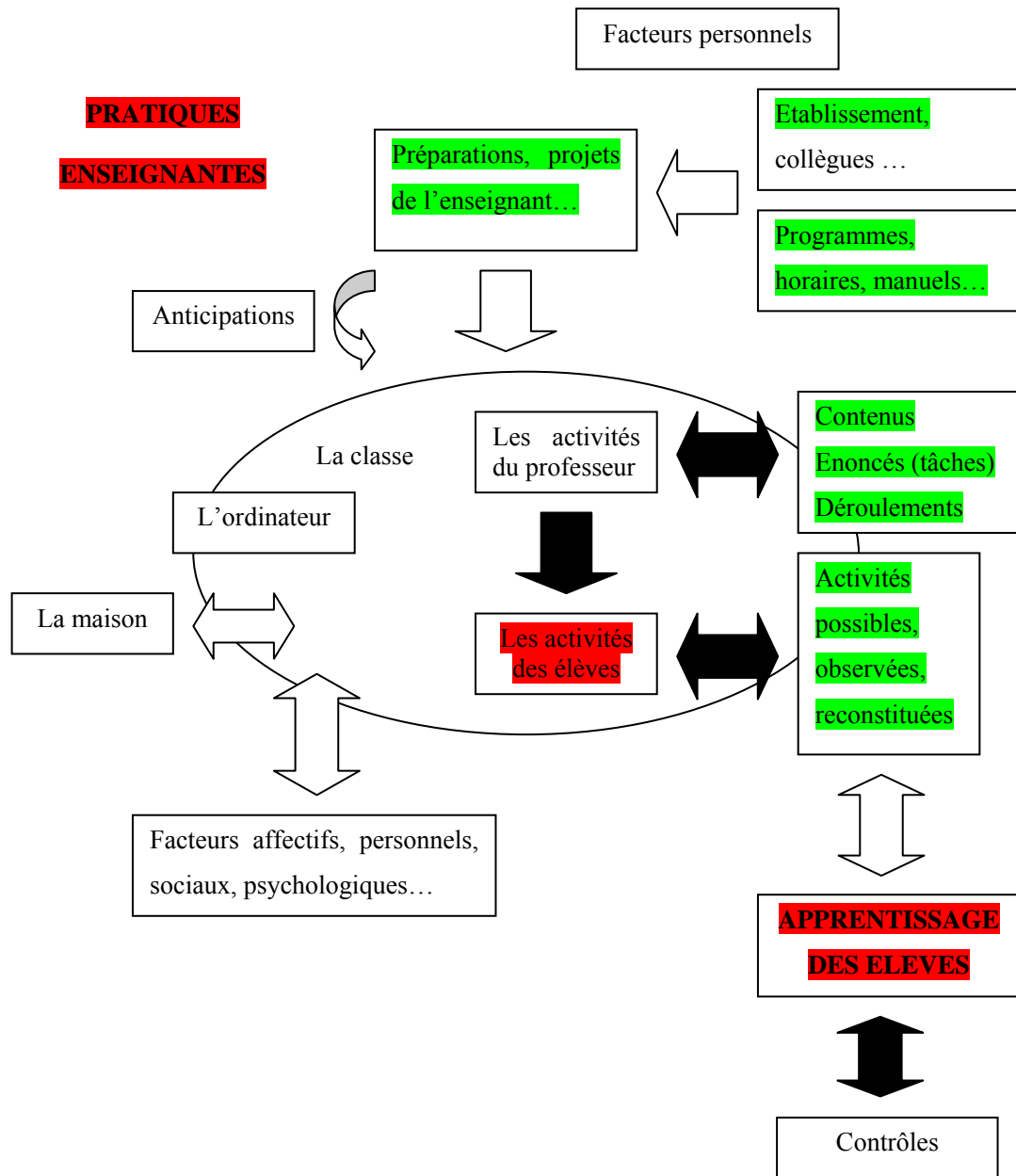
⁵ Soulignons à nouveau qu'en réalité, personne n'aura jamais accès à l'activité de chaque élève (ni de chaque enseignant). En effet activité désigne tout ce que l'élève (l'enseignant) fait dans sa tête, pense, dit, écrit mais aussi ne dit pas, n'écrit pas... On aura donc accès à des traces, plus ou moins singulières selon les recherches, des activités effectives ou possibles.

Autrement dit, pour nous, la réalité des classes n'est pas quelque chose qui, pour forcer le trait, empêcherait de trouver un modèle ou qui « gênerait ». C'est quelque chose qui a sa propre logique, qui impose peut-être certaines formes d'activités, qui en rend d'autres possibles ou impossibles, aussi bien pour les élèves et pour les enseignants. Elle est à ce titre à étudier pour elle-même et à faire rentrer dans les analyses par la grande porte, pas comme « un bruit »... Ceci n'empêche pas que nous n'en retenons qu'une petite partie dans notre découpage car nous nous centrons sur les mathématiques.

IV. Le schéma de découpage de la réalité des classes

Ce schéma est une tentative pour illustrer le découpage de la réalité adopté dans l'ouvrage. Il s'agit d'un schéma très général qui sera questionné de manières diverses dans chacune des recherches.

Les activités possibles des élèves y sont centrales, entre les pratiques des enseignants (en haut à gauche) et les apprentissages (en bas à droite). Les flèches n'ont pas un statut théorique mais elles indiquent des liens qui nous semblent importants dans notre découpage : si ces liens existent sans être pris en compte explicitement dans les recherches, ils sont représentés par une flèche blanche ; si les liens sont pris en compte, voire organisent les analyses, ils sont représentés par une flèche noire. Ce qui est surligné en gris clair est l'objet de nos recherches, à terme. Ce qui est surligné en gris foncé constitue ce qui est observé et analysé, pour appréhender cet objet.



Nos analyses, étroitement imbriquées avec les situations scolaires et les mathématiques, cherchent à prendre en compte les relations entre tous les acteurs. Toutefois, nous retenons en priorité les variables « aux mains » des enseignants, pondérées par des déterminants externes à la classe, dont nous ne nous donnons pas les moyens de tenir compte de manière exhaustive.

Comme nous l'avons déjà écrit plus haut, l'analyse des activités possibles des élèves vise notamment à approcher leurs apprentissages. Cependant, bien d'autres facteurs que les activités interviennent dans les apprentissages, et même sans doute dans les activités elles-mêmes, que nous ne prenons pas en compte directement : tout ce qui concerne l'affectivité développée en situation scolaire, tout ce qui concerne les origines socio-culturelles des élèves, en amont de la situation scolaire mais qui peuvent jouer comme un filtre entre l'élève et l'école⁶ et aussi tout ce qui peut être lié à des conjonctures, indépendantes des acteurs directs du système scolaire.

L'analyse des pratiques enseignantes vise, quant à elle, à aborder⁷ leurs effets en terme d'activités des élèves. Mais, si du côté des élèves, les facteurs externes ne sont pas pris en compte directement, il se trouve qu'en revanche, du côté des enseignants, nous gardons dans les analyses certains éléments externes à la classe pour mieux pondérer, comprendre, voire interpréter ce qui se passe : ainsi, la théorie de l'activité est en partie utilisée pour approcher le travail réel des enseignants et elle est complétée par la recherche et la prise en compte de quelques déterminants importants de ces pratiques : institutionnels, sociaux, personnels. Cependant, même si on peut en partie reconstituer des éléments de représentation ou un parcours universitaire, il reste nécessairement des éléments inaccessibles, notamment personnels. Plus précisément, toujours du côté des enseignants, et c'est une autre réduction, nous privilégions les éléments de la réalité analysée (la classe de mathématiques et les élèves) qui dépendent des acteurs, consciemment ou pré consciemment⁸. Même si certains indicateurs donnent à voir des phénomènes à l'insu des acteurs, dans certaines analyses de discours notamment, ils ne font que renforcer d'autres analyses concernant des choix des enseignants : essentiellement des choix de contenus mathématiques enseignés et de gestion, a priori et/ou en partie improvisés, mais pas inconscients.

Enfin, l'utilisation du mot « pratiques » indique la prise en compte globale du travail de l'enseignant avant, pendant ou après la classe.

V. Positionnement théorique

Notre interrogation portant sur la classe effective et les sujets singuliers, nous nous positionnons dans ce paragraphe par rapport aux autres théories didactiques étrangères ou françaises. Ces dernières adoptent un point de vue « didactique stricto sensu » où les sujets ont un rôle générique, voire épistémique et sont de ce fait tous équivalents.

1. Du côté des élèves et de leurs apprentissages

Un certain nombre de recherches anglo-saxonnes s'inspirent directement de la théorie de l'activité pour analyser des séances de classe (Christiansen et Walther, 1986). Ils admettent en particulier l'importance des déroulements pour analyser les activités des élèves et ne se contentent pas d'étudier les tâches qui leurs sont proposées. Cependant les méthodologies mises en œuvres sont différentes des nôtres comme nous le signalerons dans la partie 1.

⁶ Importance et variabilité du rapport au savoir en relation avec l'origine socio-culturelle, poids éventuel de facteurs affectifs liés au niveau scolaire des parents (Charlot, et al., 1992 ; Bautier, 2006 ; Bautier et Rochex, 1998).

⁷ En premier lieu ; Dans quelques recherches, l'activité de l'enseignant est étudiée avec une problématique plus liée aux effets de cette activité sur l'enseignant lui-même.

⁸ En aucun cas nous n'abordons le domaine, pourtant fondamental, de l'inconscient.

En Théorie des Situations Didactiques⁹ (TSD), lorsque est analysé ce qui se passe en classe, les références, la comparaison, l'aune à laquelle on rapporte les observations sont ce modèle de l'apprentissage mathématique défini à partir des situations fondamentales et du milieu. Les situations fondamentales, au cœur de la théorie modélisent un procédé didactique forçant en quelques sortes les élèves à utiliser les mathématiques à acquérir. Les problèmes correspondant sont élaborés à partir du sens profond des notions, dégagé à partir de la question : à quoi servent les notions ? Les élèves n'ont pas d'autre recours que de les utiliser, à condition qu'ils jouent le jeu proposé. De plus, c'est au sein même du problème qu'ils trouvent les éléments leur permettant de savoir si leur démarche est correcte. Ils n'ont pas à attendre l'avis de l'enseignant (*cf* l'exemple du puzzle). Du point de vue des déroulements, Brousseau a notamment dégagé l'intérêt de la succession des phases d'action, de formulation et de validation. Il a introduit la notion de contrat didactique qui modélise les attentes éventuellement implicites du professeur vis-à-vis des élèves et réciproquement. On peut alors jauger a priori les différentes situations (y compris ordinaires) proposées aux élèves en utilisant les outils initialement conçus pour élaborer les situations didactiques « idéales ». Les analyses a posteriori permettent de comparer les écarts entre les déroulements et les analyses a priori. Il s'agit de vérifier notamment si les outils que les élèves doivent mettre en œuvre pour résoudre le problème sont bien à leur disposition, sont bien dans le milieu ; si la situation est prévue pour être adidactique, par exemple pour introduire une notion à partir d'un « bon » problème, on vérifie a priori qu'il n'y a pas besoin de l'enseignant, que les connaissances visées sont nécessairement à l'œuvre, elles et elles seules, que la situation est à la portée des élèves – et on vérifie a posteriori que le déroulement organisé a respecté ce qui était mis dans les attentes. Les analyses confirment ou infirment, voire expliquent à partir des caractéristiques du déroulement et des tâches prévues, les écarts entre ce qui s'est passé et ce qu'on pouvait en attendre du point de vue du modèle d'apprentissage inscrit dans la TSD : on peut évoquer le point de vue d'un certain potentiel théorique d'apprentissage des situations analysées, les analyses sont porteuses d'inférences sur les apprentissages par l'intermédiaire du modèle (Brousseau, 1997, 1998).

Or, pour notre part, nous cherchons à mesurer l'écart entre des activités des élèves, mettant en jeu leurs connaissances (en cours d'acquisition), analysées a priori, et les activités qui ont vraisemblablement pu avoir eu lieu dans des séances de classe ordinaires.

D'une part, la description de ces activités se fait en référence à des grandes dimensions (partie 1) qui ne correspondent pas à un modèle théorique construit mais seulement à des grandes catégories de variables influençant les apprentissages et dépendant des enseignants.

Soulignons à ce titre l'importance de la chronologie et du détail correspondant des aides de l'enseignant dans nos analyses. Chronologie et analyses fines de discours nous semblent souvent absentes des analyses du milieu où la situation est analysée d'emblée dans sa globalité.

D'autre part, nous pouvons travailler aussi bien sur des séquences courtes que sur des enchaînements plus longs (ce qui est indispensable à certains moments) : en effet notre unité de base - le couple {énoncé/déroulement} (partie 1) - qui remplace la Situation au sens de la TSD est plus petite. On peut cependant souligner qu'elle est « du même ordre » d'une certaine façon puisqu'elle mélange contenu et gestion réelle. Mais les notions de tâches et d'activités n'apparaissent pas explicitement en TSD. Elles sont remplacées par les situations proposées aux élèves déclinées en phases, adidactiques ou non, référées au seul travail mathématique des élèves pendant chaque phase. La dynamique des situations de référence tient uniquement à la mise en fonctionnement des mathématiques attendues, rendues indispensables par le problème

⁹ Théorie qui ne nous semble pas contradictoire mais complémentaire à ce que nous faisons, mais qu'on ne saurait résumer brièvement.

proposé et qui plus est avec des moyens de contrôle internes pour les élèves. Les variabilités individuelles n'ont donc pas leur place.

Enfin nous donnons la même importance dans notre approche aux introductions des notions qu'au reste de l'enseignement d'une notion. On ne retrouve pas la centration sur les situations fondamentales ou sur les dialectiques outil/objet. On ne retrouve pas non plus la majoration implicite de l'introduction des notions pour la construction du sens chez les élèves.

La théorie anthropologique du didactique (TAD)¹⁰ est encore différente, elle spécifie au didactique des éléments inspirés par une vision anthropologique de l'homme dans le monde. Les praxéologies mathématiques donnent des moyens systématiques, voire systémiques, pour établir une description exhaustive de l'offre mathématique d'une institution concernant une notion ou plusieurs notions : programme, manuels, ou même mathématiques plus ou moins savantes. L'offre signifie tout ce qu'on pourrait mettre à la disposition des élèves (et des enseignants) en termes de types de tâches, justifications (légitimes), théories, sans prendre en compte les conditions de l'enseignement autres que liées aux mathématiques. En particulier, ce ne sont pas les énoncés des exercices qui sont analysés mais les types de tâches qu'ils illustrent, qui en sont extraits, indépendamment de l'activité précise que les élèves auront à faire sur la tâche en question, qu'on ne se donne pas les moyens de déterminer. Cela amène à repérer des tâches élémentaires, sortes d'unités qui peuvent apparaître dans les exercices, les manuels, les cours, qui servent à baliser l'enseignement de ce qui est étudié, y compris en terme de manques ou d'évolution. Chaque tâche est associée à une (des) manière(s) de la résoudre (technique) et à des possibilités de justification (présentes ou non dans ce qui est analysé) - technologie. L'ensemble, qui peut aller d'une notion à plusieurs chapitres, et qui peut couvrir un programme ou plusieurs, est organisé en relation avec les éléments de théories mathématiques correspondants et la mise en évidence de la transposition de ce savoir en contenus d'enseignements, participe de ces analyses. Ce n'est donc pas dans cette acception que le mot « tâche » est utilisé dans le travail présenté (Chevallard, 1992).

2. Du côté des pratiques des enseignants

Beaucoup de recherches anglo-saxonnes mettent en jeu les conceptions des enseignants (beliefs) mais n'introduisent pas la dimension du métier. Par exemple, le modèle élaboré par Schoenfeld (1998) caractérise les décisions et les actions comme fonction de ses connaissances, de ses buts et de ses croyances. Ces déterminants sont évidemment marqués par le contenu considéré. Ce modèle est utilisé pour caractériser un moment dans l'activité d'enseignement, y compris au niveau de l'interaction avec les élèves et vise aussi à prédire le comportement d'un enseignant dont on a préalablement identifié l'ensemble des déterminants ; ce qui sous-tend l'existence de certaines invariances. En outre, un certain nombre de recherches s'intéressent maintenant à des dispositifs collectifs mettant en jeu des communautés de pratiques qui servent plus à étudier des évolutions éventuelles de ces pratiques qu'à les analyser en relation avec les apprentissages de élèves (Wenger, 1998).

En France, dans les recherches s'inspirant de la TSD, Margolinas (1995) puis d'autres auteurs après elle ont présenté une analyse des connaissances du professeur et de leur jeu en classe organisé en niveaux structurant le milieu. Pour elle, travailler (pour un professeur), c'est « mettre en jeu » des connaissances de différents niveaux, y compris sur les mathématiques et sur les élèves. Etudier le travail, c'est mettre en évidence ces connaissances et leurs interactions entre ces niveaux et ensuite réfléchir aux moyens de faire acquérir ces connaissances.

Beaucoup de ces connaissances concernent la manière qu'a le professeur de concevoir les contenus, au sein d'un programme, d'élaborer les exercices à proposer et d'interpréter les

¹⁰ Tout aussi impossible à résumer brièvement.

connaissances des élèves. Ce type d'investigation assez globale ne nous semble pas prendre en compte la chronologie des séances ni surtout leur déroulement précis qui deviennent ainsi relativement secondaire. Les modalités de mises en actes, par exemple tout ce qui concerne la façon de reprendre une idée d'élève, les différentes aides, ne sont ainsi pas détaillées, voire n'ont pas de place.

Du côté de la TAD, les déroulements des séances sont mis en relation systématiquement avec les organisations didactiques développées indépendamment des classes, des enseignants et des notions (Chevallard, 1999). Ainsi sont pris en compte notamment les différents moments de l'étude (première rencontre, travail de la technique etc) mais dans ces recherches l'importance des déroulements effectifs et les spécificités des sujets singuliers que nous prenons en compte par l'intermédiaire de l'analyse des activités effectives nous semblent encore minorées.

Enfin, plus récemment, des chercheurs ont développé un modèle de l'action du professeur en classe, étendu ensuite à un modèle de l'action conjointe professeur-élève dans le cadre de la didactique comparée (Sensevy, et al., 2000). La décomposition de l'action de l'enseignant en quatre dimensions actionnelles et la prise en compte systématique des mésogénèse, chronogénèse et topogénèse ne nous semblent pas non plus bien adaptées à notre projet d'introduction du temps réel et des variabilités individuelles et notionnelles. Les références théoriques explicites aux caractéristiques cognitives des apprentissages et aux activités effectives des élèves ne sont pas convoquées.

Dans la démarche que nous développons, travailler c'est mettre en jeu des activités et analyser le travail c'est étudier l'activité (ce qui est pensé, dit, pas dit, fait, pas fait). Nous nous intéressons moins aux connaissances qu'à leurs mises en fonctionnement et nous ne réduisons pas non plus les activités des enseignants à des gestes professionnels, même si il est intéressant d'introduire des niveaux liés à la temporalité et au grain de ces activités.

Ces différents points de vue ont évidemment des conséquences sur les formations des enseignants et les recherches correspondantes. Nous y reviendrons dans la partie 6.

3. Et la didactique professionnelle ?

Si nos travaux s'inscrivent tous dans le cadre général de la double approche, ils empruntent des éléments plus ou moins précis, selon leur objet, à la didactique professionnelle (Pastré, 2005a et b). Les recherches sur l'intégration des TICE dans les pratiques d'enseignants sont celles qui nous ont le mieux permis de nous en inspirer directement.

Par exemple, dans certains travaux, nous étudions l'activité du professeur dans une situation spécifique d'intégration d'outils informatiques dans sa classe et nous adoptons une approche directement inspirée de la didactique professionnelle. Dans ces travaux, la dialectique entre « activité productive » et « activité constructive » est introduite pour spécifier que l'enseignant agit et transforme le réel (contribue à l'activité des élèves) mais aussi qu'il se transforme lui-même dans un processus à long terme de développement (Pastré et Rabardel, 2005).

Nous souhaitons ajouter dans ce dernier paragraphe quelques difficultés qui se présentent lors de ces emprunts. Elles sont liées d'abord à notre difficulté à définir des schèmes et à intégrer la notion de compétence. Elles sont aussi liées à des questions d'expertise. Il n'y a pas toujours en mathématiques d'accord sur l'orientation de l'action du professeur : il n'y a pas, loin s'en faut, de définitions universelles des « bonnes manières » d'enseigner, ni de même, d'adoption commune des modèles de référence pour analyser les pratiques. De plus, le contrôle des pratiques de l'enseignant ne se fait pas sur les apprentissages, but ultime des pratiques (ou seulement partiellement, par l'intermédiaire d'épreuves dont tout le monde s'accorde à souligner les insuffisances inhérentes à la complexité d'une telle évaluation). En revanche le professeur, et même l'inspecteur ou les collègues, peuvent vérifier que « la classe

tourne » ou que les élèves réussissent aux contrôles qu'il a conçus : ce n'est pas le but de l'action qui est facilement et directement testé, mais seulement un sous-but partiel, cet enrôlement des élèves, qui constitue une condition sans doute nécessaire mais qui peut ne pas renseigner sur les apprentissages. Nous nous demandons si une multi expertise ne doit pas nécessairement être convoquée dans ce domaine professionnel.

Le rapport singulier/invariants/générique, les différences entre « déroulé de l'action », significations pour chacun et invariants, seraient aussi particulier à la profession d'enseignant, tout comme le fait de travailler dans un environnement dynamique ouvert humain. Complexité, variabilité et imprévisibilité rendent problématiques les découpages permettant d'atteindre l'exécution de l'action et nécessitent sans doute plusieurs approches simultanées et imbriquées.

Enfin, les analyses du travail réel organisent beaucoup de recherches de type ergonomique. Dans les travaux sur les pratiques des enseignants, ce type d'analyses est difficile à mener vu sa complexité (présence des élèves, difficulté de l'évaluation). De ce fait, beaucoup de formations d'enseignant, par exemple, s'inspirent du travail souhaité par les formateurs sans toujours d'ancrage dans le travail réel des enseignants, contrairement à beaucoup de formations inspirées de la didactique professionnelle.

Partie 1 - Chapitre 3 – La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques

Dans ce qui suit, le mot *pratiques* est utilisé pour qualifier tout ce qui se rapporte à ce que l'enseignant pense, dit ou ne dit pas, fait ou ne fait pas un enseignant, sur un temps long, que ce soit avant, pendant, après les séances de classe. Le mot *activités* est réservé à des moments précis de ces pratiques, référés à des situations spécifiques dans le travail de l'enseignant : activités en classe, activités de préparation, d'élaboration de contrôles pour les élèves, activités de concertation...

La distinction est importante dans la mesure où nous pensons qu'il est nécessaire d'introduire des concepts propres à l'étude des pratiques enseignantes et de leurs activités. Par exemple, dans certains travaux, nous étudions l'activité du professeur dans une situation spécifique d'intégration d'outils informatiques dans sa classe et nous adoptons une approche directement inspirée de la didactique professionnelle. Dans ces travaux, la dialectique entre « *activité productive* » et « *activité constructive* » est introduite pour spécifier que l'enseignant agit et transforme le réel (contribue à l'activité des élèves) mais aussi qu'il se transforme lui-même dans un processus à long terme de développement.

Pour approcher les pratiques, nous proposons de prendre en compte à la fois leurs buts (les apprentissages des élèves mais aussi leur enrôlement au quotidien¹) et les contraintes incontournables, non conjoncturelles qu'impose le métier d'enseignant de mathématiques. Ces contraintes se déclinent en prenant en compte, d'une part, des déterminants extérieurs à la classe (institutionnels, sociaux et personnels) et d'autre part différentes échelles rendant compte du travail réel.

C'est ainsi qu'admettant la complexité des pratiques et leur cohérence (De Montmollin, 1984), nous développons la double approche, qui va se traduire par des analyses en composantes et niveaux d'organisation à recomposer, pour approcher ce que nous cherchons. Ces analyses ont pour enjeu à la fois de nous permettre de mieux comprendre ce que l'enseignant organise en classe comme activités pour les élèves et d'apprécier ce qui est déterminé dans une pratique, ce qui est variable (les alternatives), ce qui est partagé par plusieurs enseignants et/ou ce qui est singulier.

I. Méthodologie de la double approche

Nous analysons les pratiques d'un enseignant donné à partir de séances en classe de cet enseignant et des activités qu'il y déploie. En fait, nos observables sont les activités des élèves telles que l'enseignant les organise (*cf.* chapitre 2) avec une lecture orientée ici vers la reconstitution des choix de l'enseignant. Cette lecture est complétée par diverses études hors-classe se rapportant aux séances analysées et permettant de compléter les analyses des observables déjà recueillis.

1. Les pratiques des enseignants et les activités des élèves

A partir d'une séance en classe, analysée en relation avec les activités possibles des élèves, nous dégagons les deux premières composantes des pratiques que nous appelons composante cognitive et composante médiative.

¹ Dans nos premiers travaux, nous avons qualifié la manière dont les activités sont enclenchés et plus généralement le maintien des élèves dans l'activité, c'est-à-dire l'enrôlement, par l'expression plus vague « faire tourner la classe ».

La composante cognitive traduit ce qui correspond aux choix de l'enseignant sur les contenus, les tâches, leur organisation, leur quantité, leur ordre, leur insertion dans une progression qui dépasse la séance, et les prévisions de gestion pour la séance. Elle renseigne donc sur l'itinéraire cognitif choisi par l'enseignant.

Les choix correspondant aux déroulements, les improvisations, les discours, l'enrôlement des élèves, la dévolution des consignes, l'accompagnement des élèves dans la réalisation de la tâche, les validations, les expositions de connaissances, incrémentent la *composante médiative*. Elle renseigne sur les cheminements organisés pour les différents élèves.

Les composantes inférées à partir d'une ou plusieurs séances de classe sont ensuite recomposées en logiques d'intervention, qui dépassent l'échelle d'une séance, permettant d'intégrer dans une certaine mesure le temps long, notamment dans la perspective de lier activités d'élèves et apprentissages. Ces logiques font intervenir aussi des choix personnels des enseignants qui peuvent être questionnés par ailleurs (*cf. ci-dessous*).

Nos travaux sur la stabilité des pratiques des enseignants expérimentés légitiment² dans une certaine mesure cette extrapolation (*cf. partie 2, chapitre 2*).

2. Du côté du métier (1) : des déterminants des pratiques

Pour intégrer le métier, trois composantes supplémentaires des pratiques sont introduites pour traduire la prise en compte du métier à partir de données non directement observables en classe : elles correspondent à des déterminants du métier.

D'abord *une composante personnelle* qui permet de pondérer ce qu'on voit en classe et de l'intégrer dans le temps long. Le professeur peut faire en effet des choix, y compris liés au temps long et, comme on n'observe que des extraits de la pratique sur une année scolaire, on ne peut le savoir que si on interroge le professeur, même si c'est encore insuffisant. Cette composante sert à traduire aussi les représentations du professeur, les risques qu'il consent dans l'exercice de son métier, le confort dont il a besoin : un métier s'exerce longtemps et on ne peut pas consentir des efforts trop grands pendant très longtemps. On accède à ces éléments en général par des entretiens, au mieux réalisés à partir de visionnage de vidéos de l'enseignant concerné. Par exemple, pour une enseignante dont nous avons beaucoup analysé de vidéo (*cf. partie 2, chapitre 2*), nous avons eu un entretien concernant son utilisation du tableau dans une de ces vidéos, (re)visionnée avec elle pour l'occasion. Evidemment, dans cette composante personnelle, il y a des aspects encore plus particuliers, liés au psychisme, dont nous ne tenons pas compte explicitement tout en reconnaissant leur importance. On reste ici dans le rationnel : on travaille sur des éléments qui ne sont pas inaccessibles au conscient ce qui légitime un certain nombre de réductions.

Le professeur ne décide pas des transferts qui peuvent émaner de sa personne ; il ne décide pas de la composition de sa classe, il ne décide pas de la conjoncture, il ne décide pas de ses automatismes en revanche, il décide quand même consciemment, in fine, des contenus qu'il propose et des déroulements qu'il organise. Et ce caractère de rationalité consciente attaché à ces choix nous fait privilégier les analyses correspondantes dans la mesure où on a en tête la formation et qu'on a en tête une formation rationnelle. Cela rejoint la décision de choisir comme intermédiaire pour accéder aux apprentissages, les activités possibles des élèves.

Mais exercer un métier c'est aussi devoir respecter un certain nombre de contraintes qui peuvent même s'avérer plus ou moins contradictoires avec ce qu'on aurait envie de faire si on était tout seul. Nous avons défini de manière un peu artificielle, *la composante institutionnelle* : la nature des mathématiques à enseigner, les programmes, les horaires, certaines ressources comme les manuels, l'existence d'une administration, les inspections.

² Avec une restriction préalable : ils sont menés en se plaçant dans l'approche qu'ils contribuent à légitimer.

L'impact des contraintes institutionnelles sur les pratiques correspondant à ce qu'on peut voir sur une ou plusieurs séances incrémente la composante institutionnelle sur les pratiques.

Nous ajoutons *une composante sociale* qui correspond d'une part au fait que l'enseignant n'est pas tout seul, dans sa classe et que les élèves non seulement comme groupe mais aussi comme appartenant à des groupes sociaux, interviennent et d'autre part au fait que l'enseignant n'est pas tout seul dans son établissement et qu'il y est soumis à des exigences, des attentes, quelquefois des contraintes dont on ne peut pas faire l'impasse pour interpréter ce qu'on a vu dans la classe. Par exemple voici un cas extrême, qui s'est déjà rencontré : le cas du jeune enseignant qui est fortement découragé de faire travailler ses élèves en petits groupes en classe parce que « ça fait trop de bruit », alors qu'il serait très motivé pour le faire.

Voici notre première manière d'analyser les pratiques dans le cadre de la double approche. Ce découpage en composantes, profondément imbriquées dans le système complexe que représentent les pratiques, nous a permis un certain nombre d'avancées dans nos recherches, notamment pour trouver des régularités et des variabilités.

3. Du côté du métier (2) : le travail réel des enseignants

Nous avons introduit un deuxième type d'analyse de pratiques, toujours dans cette perspective de double approche, qui est plus adapté à accéder aux variabilités et aux évolutions individuelles dans le travail réel³. Les trois niveaux d'organisation utilisés pour ce complément d'analyse tiennent compte de différentes échelles attachées à la fois à la temporalité et au grain des activités à analyser⁴. Ils sont directement liés aux sujets. Voici ces niveaux (ou organisateurs des pratiques) :

- un niveau micro, qui consiste à étudier ce qui est automatique ; par exemple dans le discours ce qui n'est pas préparé, les gestes élémentaires (Butlen, 2007), certains analysent les déplacements ; on a regardé aussi le mode d'écriture au tableau qui est parfaitement automatique pour une part. Soulignons qu'éventuellement dans ces analyses on a accès à des phénomènes qui se produisent à l'insu des enseignants, mais qui restent préconscients, dont l'enseignant peut prendre conscience même s'il peut avoir du mal à agir dessus.

- Un niveau local, celui de la classe au quotidien. Le niveau où se rencontrent les préparations et les improvisations ; le niveau de toutes les adaptations du professeur.

- Un niveau macro celui des projets, des préparations⁵.

II. Premiers résultats : exemples d'analyses de pratiques

Un premier type de résultats tient ainsi à la confirmation de la cohérence individuelle⁶ des pratiques (De Montmollin, 1984) et au fait qu'elles deviennent stables, la composante médiative, comprise à un certain grain⁷ exprimant le plus cette stabilité. (*cf.* partie 2, chapitre 2).

³ C'est le résultat du travail d'un des sous groupes OPEN autour des organisateurs des pratiques. Dans ce sous groupe, travaillaient ensemble des chercheurs issus de la didactique professionnelle, des chercheurs issus de la didactique d'autres didactiques, des sociologues. La gageure était de répondre à la question « pour vous qu'est ce qu'on pourrait donner comme définition d'organisateur de la pratique ? »

⁴ Il y a lieu de distinguer ces niveaux d'organisation qui prennent aussi en compte le grain des activités et les temporalités de l'action introduites en annexe.

⁵ Dans des travaux antérieurs, on a utilisé les vocables « lignes d'action » et « singularisation » pour parler des niveaux macro et local.

⁶ Vandebrouck (2002).

⁷ Découpages de l'ordre de quelques minutes, ponctué par les activités organisées pour les élèves.

Un autre type de résultats permet de comprendre des régularités dans l'intervention des contraintes institutionnelles sur les pratiques (composantes institutionnelles proches) avec des diversités dans les autres composantes (*cf.* partie 2, chapitres 1 et 4).

Comme nous n'y reviendrons pas dans les chapitres suivants, nous résumons certains résultats déjà obtenus sur des pratiques d'enseignants expérimentés que nous avons souvent rencontrés en troisième et au seconde et sur des pratiques d'enseignants débutants permettant de montrer l'utilisation des niveaux d'organisation.

1. Exemples de régularités dans des séances d'exercices en classe de troisième et de seconde

Nous donnons seulement un résumé de ces recherches⁸ (Robert, 2005b et c). Les enseignants privilégient en classe un travail exclusif sur les nouvelles connaissances mathématiques en train d'être enseignées. Ce travail proposé aux élèves ne comporte pas beaucoup d'exploration du champ des problèmes solubles avec les outils du moment. On propose en effet, vu la nécessité d'avancer, des tâches relativement proches du cours, qui demandent des mises en fonctionnement standard, qu'il faut avoir vues. Cela revient à privilégier le sens du « décontextualisé » vers le « contextualisé ». Du même coup, il y a peu d'entretien explicite des connaissances anciennes. Il y a rarement des occasions de réorganisation entre les connaissances anciennes et ce qui est nouveau. De plus, les élèves sont peu confrontés et pas très longtemps à de l'incertitude sur ce qu'il va falloir faire, ce qui contribue à minorer les questionnements des élèves sur ce qu'il faut utiliser et les mises en relation autonomes.

Cela passe par ce qui est organisé en classe et par les interventions de l'enseignant avant et pendant les activités des élèves : on constate ainsi une orientation univoque de l'activité des élèves vers ce « nouveau » savoir visé, orientation notamment permise par une prise en main précise et rapide (voire immédiate) de ces activités, avec un guidage permanent et peu de temps de travail autonome, si ce n'est sur les derniers calculs, complètement balisés et dont le rôle est majoré en ce qui concerne le travail demandé aux élèves en classe.

Les activités provoquées portent ainsi sur des tâches (devenues) isolées si ce n'est simples et isolées, qui portent sur le chapitre en cours, sans beaucoup d'adaptations des connaissances à utiliser ; il n'y a pas souvent (besoin) de structuration des connaissances en acte du côté des élèves (ils n'ont pas besoin de le faire, c'est le professeur qui s'en charge). De même dans ces conditions, il n'y a pas besoin de dévolution des moyens de contrôles aux élèves.

On constate donc une certaine séquentialisation des activités des élèves sur une même notion en moments relativement indépendants : les élèves font fonctionner les outils les uns après les autres, indépendamment, ils n'ont besoin que des connaissances outils (empilées) correspondant au cours et soufflées par le découpage organisé par l'enseignant. Le développement de la dynamique entre cours et exercices peut manquer d'ampleur. C'est ainsi l'organisation des connaissances chez les élèves qui serait une des premières victimes de ce manque de temps.

Tout se passe comme si les contraintes en partie communes qui pèsent sur les enseignants d'un même niveau scolaire dans des établissements proches (standard ici) – les restrictions d'horaires, les programmes et le poids des instructions et inspecteurs, l'hétérogénéité importante et la composition des classes – amenaient des pratiques en partie communes, en termes de composantes médiative et cognitive, même si il reste des marges de manœuvre qui ne sont pas investies de la même façon...

⁸ Nous avons étudié pour établir ces constats des séances de troisième ou de seconde, essentiellement en algèbre. Les énoncés proposés ne sont pas des exercices d'application immédiate, mais ils interviennent juste après un cours, ou juste avant, et ne sont pas très éloignés du cours.

On ne peut pas être sûr qu'il en résulte chez les élèves un morcellement des connaissances⁹, car des élèves apprennent ce qui ne leur est pas enseigné explicitement (et leur est donc dévolu, plus ou moins implicitement). Mais on peut se demander tout de même si la plainte réitérée de beaucoup d'observateurs du manque de « choses sûres » chez les élèves n'a pas aussi comme origine ce type de travail en classe, et ceci est renforcé par ce qu'on entend souvent les élèves déplorer : « C'est juste quand on commence à comprendre qu'on change de chapitre ». Une question se pose alors : y a-t-il des alternatives à ce type de choix ?

2. Exemples d'analyses des pratiques des enseignants débutants

L'étude des pratiques transitoires des débutants permet d'illustrer ce type d'analyses.

Les débutants¹⁰ (appelés PLC2 dans le système français en référence à leur statut de Professeur de Lycée ou collègue) développent des pratiques qui évoluent tout au long de leur première année, que nous appelons donc transitoires : elles ne sont pas encore stables mais certainement complexes et nous supposons que leur cohérence est déjà « en germe », à partir des expériences antérieures et connaissances des débutants.

Ils sont amenés à adopter une nouvelle posture, qui fait intervenir leur composante personnelle et qui est liée à l'exercice d'un métier nouveau, dans un établissement réel : cela les amène à prendre conscience des contraintes et des marges de manœuvre de leur nouvelle profession : « tout n'est pas possible ni pour tout le monde, ni pour chacun ».

Au quotidien, dans les classes des débutants, on a mis en évidence des difficultés avec la prise en compte des élèves et avec la gestion du temps (composante médiative). Il se peut que le projet mathématique de la séance soit majoré au détriment des élèves ou que ce soit la prise en compte des élèves qui est majorée, au détriment du suivi du projet mathématique. Tout se passe comme si certains débutants étaient obnubilés par les réactions de la classe et le souci que tous les élèves suivent, alors que d'autres oublièrent que c'est aux élèves qu'il leur fallait enseigner des mathématiques, voire manifestèrent une sorte de méconnaissance des mathématiques pour les élèves.

Au niveau de la composante cognitive, le projet développé par les débutants est souvent assez local, à l'échelle de quelques séances au maximum et ne s'inscrit pas toujours dans un ensemble relativement cohérent sur l'année, notamment sur le plan mathématique (Margolinas et Rivière, 2005 ; Bloch, 2005).

D'autres éléments complémentaires sont proposés dans le travail de Bloch (2005) : elle suggère que les PLC2 non seulement manquent de moyens pour organiser leur enseignement sur le plan des contenus, notamment pour les introductions, mais encore ont une difficulté spécifique vis-à-vis du travail mathématique des élèves, qui peut prendre plusieurs formes : c'est, paradoxalement, l'oubli de la nécessité d'intermédiaires, de constructions transitoires pour les élèves, et même quelquefois l'oubli de la nécessité de constructions du sens. Ainsi défend-elle l'idée (déjà travaillée par Lenfant, 2002 en algèbre), que certains débutants ont tellement naturalisés certaines notions mathématiques qu'ils n'en voient plus les difficultés, qu'ils ne sont pas sensibles au fait que donner une règle, même en la commentant, ne suffit pas à la faire apprendre (à tous). Ou encore qu'ils attendent trop vite des preuves formelles alors que les élèves peuvent « passer » par des processus plus pragmatiques. Finalement, elle propose de donner des moyens aux PLC2 de « faire faire vraiment des mathématiques aux élèves » notamment en identifiant les savoirs en jeu, en élaborant des situations adéquates à le rencontrer et en apprenant à gérer comme il faut – nous y reviendrons

⁹ C'est cependant un des constats les plus forts qu'on a fait sur les connaissances des étudiants de CAPES formés à l'Université.

¹⁰ Cf article Robert, Roditi et Grugeon, à paraître.

Enfin, ces pratiques des débutants, non stabilisées, manqueraient de suffisamment d'images mentales opérationnelles permettant les nuances et les improvisations adaptées : les débutants auraient comme des préimages, lacunaires, plus ou moins déformées (Chesné, 2006). Ce peut être « sans déformation » mais sans aucun relief dans les pratiques, aucune hiérarchie, dans un désir de « bien faire » en suivant ce qui a été indiqué en formation, en gommant provisoirement autant que faire se peut la composante personnelle et ses réactions spontanées (Chesné, 2006) : les enseignants concernés ne s'impliquent alors pas complètement comme tels avec des conséquences sur les élèves qui n'ont pas en face d'eux un vrai maître engagé. Ce peut être avec des « déformations caricaturales » : certains exagèrent la relation individuelle avec les élèves, ou leur activité, quelle qu'elle soit, plus ou moins mathématique, d'autres exagèrent le suivi du projet mathématique qu'ils ont décidé d'adopter, l'exposition des connaissances et le déroulé des exercices.

Nous faisons l'hypothèse que le fait de ne pas disposer d'automatismes, de routines ni de relief global, tant sur les mathématiques que sur les élèves fait obstacle à une certaine prise de distance avec le niveau local, qui, de ce fait, occupe toute la scène. Faute de suffisamment de relais aux autres niveaux micro et global, il y aurait une « surcharge » du niveau local !

Le cas des néotitulaires, notamment ceux nommés en premier poste en ZEP/REP a donné lieu à des travaux très récents (Coulange, 2006) qui montrent bien la diversité des effets éventuels des formations sur les formés, en relation avec leur composante personnelle, leur premier poste et la spécificité de leur formation.

Une question se pose alors : y a-t-il des précurseurs qui amèneraient à installer, au moins chez un nombre important de débutants, certaines pratiques plutôt que d'autres ? Nous y reviendrons dans le dernier chapitre.

Annexe 3 : des hypothèses sur l'enseignement

Toutes les hypothèses, et ce ne sont que des hypothèses, que nous énonçons ici doivent être adaptées à la classe, au contenu et à l'enseignant. Il manque, rappelons-le, la prise en compte d'aspects sociaux et affectifs, voire psychanalytiques. Il manque aussi le passage des élèves à chaque élève.

1) Hypothèses liées aux choix sur les contenus

a) Pour introduire une notion

Selon le type de notion, il peut exister ou non des problèmes favorisant la prise de sens.

Si on a affaire à une extension de concept déjà introduit ou à une notion « réponse à un problème », il peut être efficace d'introduire le cours par la recherche d'un problème adéquat.

Si c'est une FUG (notion formalisatrice, unificatrice, généralisatrice – comme la notion de limite formalisée) la présentation est plus délicate.

b) Pour travailler une notion

On fait l'hypothèse que si on veut installer une certaine conceptualisation et une certaine organisation des connaissances, il peut être efficace de varier les activités proposées aux élèves. En particulier ne pas se limiter à des tâches simples et isolées mais introduire les aspects outils et objets et proposer des adaptations : changements de cadres, intermédiaires à introduire, étapes à retrouver. En somme d'explorer le champ ouvert par l'utilisation de la notion et de l'intégrer dans ce qui est déjà en cours d'acquisition (mélanger ancien et nouveau).

La recherche de problèmes transversaux semble apporter des possibilités de construction de disponibilité et d'organisation ou de structuration des connaissances grâce aux mélanges des connaissances anciennes et nouvelles.

Les problèmes comportant des moyens de contrôle « internes » sont aussi supposés efficaces.

c) Le passage à l'écrit serait indispensable à bien des titres : travail sur des représentations, travail de précision et de rigueur, voire entrée dans une dynamique de l'écrit en math, liée à l'importance des écritures dans le travail mathématique.

Ainsi apprendre aux élèves qu'une démonstration peut être, une fois écrite, systématiquement précisée (par exemple en citant correctement les théorèmes utilisés), ordonnée (en oubliant l'élaboration de la démarche), complétée (en vérifiant les hypothèses utilisées, en cherchant les cas particuliers), simplifiée (en enlevant ce qui ne sert pas) peut en aider certains à améliorer leur rédaction.

d) L'exposition des connaissances par l'enseignant

Dans tous les cas les moments d'exposition des connaissances, même (surtout ?) préparées par un travail des élèves, sont indispensables à formaliser et fixer ce que tous les élèves ont à savoir. En revanche, s'il n'y a que des moments d'exposition des connaissances, on peut supposer que certains élèves vont décrocher.

2) Hypothèses sur les choix de gestion

a) Des tâches variées, pas seulement simples et isolées

Donner à travailler aux élèves davantage que l'application simple et isolée des notions : formuler, valider, corriger, mais aussi questionner, chercher des tâches complexes et mettre au point une démarche globale sont autant de types d'activités qui peuvent contribuer à installer un apprentissage.

Brousseau (1986) a introduit la notion de « dévolution¹¹ d'un problème aux élèves » pour caractériser ces phases où l'enseignant, grâce aux choix qu'il a faits, délègue au problème et au travail collectif l'appropriation du problème et l'avancée vers la solution, y compris nouvelle.

Sont en jeu la construction de connaissances, plus ou moins autonome et les déséquilibre/rééquilibrations peut-être efficaces.

b) Un temps de travail autonome en classe effectif

Cela suppose de laisser les élèves travailler sur des durées de quelques minutes au moins sans le professeur (moments adidactiques), et/ou échanger entre eux.

Ce qui est en jeu est la possibilité de construction collective (pouvant précéder les appropriations individuelles) et la portée des conflits (socio-cognitifs) entre pairs, voire déjà des échanges.

c) Des habitudes

Mais l'exercice de l'autonomie ou des prises d'initiative s'apprend : peuvent y contribuer l'établissement d'habitudes, des répétitions du type de travail visé, etc. Tout ce qui a trait au contrat, aux coutumes et à la mémoire de la classe (portée et limites) s'inscrit ici.

d) Un travail en petits groupes sur certaines tâches

Faire travailler les élèves en petits groupes peut permettre d'installer un travail autonome mais à certaines conditions et sur certaines tâches.

e) Un travail à la maison à la portée des élèves faibles

En particulier il serait important de s'assurer que les élèves faibles puissent s'engager dans le travail à la maison demandé qui souvent est très difficile à obtenir et s'avère rarement correct.

f) Des aides appropriées

Les aides à dispenser aux élèves peuvent aussi être variées : avant la tâche, pendant, après...

Elles peuvent être directes ou méta, ce peuvent être des indications, des informations, des explications, des explicitations du jeu auquel on joue dans une séance donnée, voire en mathématiques. Certains auteurs distinguent des « niveaux » de méta : un premier niveau correspondant à des généralités sur le travail à mener, un deuxième niveau correspondant aux méthodes générales adaptées à un type de problème mathématique donné et un troisième niveau pour qualifier des méthodes contextualisées à un problème précis (Robert et Tenaud, 1994).

Sont en jeu les « vertus » de l'imitation (dans la Zone de Proche Développement) et les médiations (questions et réponses, relances, reprises).

Mais, même localement, contenus et gestion ne sont pas indépendants et de plus l'organisation globale est aussi en cause !

L'inscription dans un scénario global conditionne le bénéfice de tel ou tel énoncé, notamment selon la place par rapport à l'exposition des connaissances (dynamiques entre cours et exercices, mises en relation entre connaissances). C'est ce qui explique en partie la conception d'ingénieries didactiques par les didacticiens, en particulier pour l'introduction de notions nouvelles. Ceci dit, tout énoncé ou presque peut encore être découpé, cela modifie les activités des élèves en proposant des tâches plus petites. Et un énoncé très découpé peut être travaillé de manière autonome par les élèves : il y a une relative indépendance entre le type d'énoncé et la gestion

¹¹ Le mot est utilisé plus largement pour signifier « déléguer à, mettre sous la responsabilité de ».

Partie 2 - Chapitre 1 – Des pratiques enseignantes à la fois contraintes et personnelles, et pourtant cohérentes

Éric Roditi

Équipe EDA, Université Paris 5

Par l'étude du cas précis de l'enseignement français de la multiplication des nombres décimaux en classe de sixième (11 ans), nous abordons dans ce chapitre la question de la régularité et de la variabilité des pratiques des professeurs de mathématiques. La démarche adoptée a été de partir du cadre défini dans les deux parties précédentes de ce livre pour analyser le travail de plusieurs professeurs et quelques conséquences sur celui des élèves.

En recherchant les régularités des pratiques, nous cherchons à montrer comment les professeurs suivent les directives de l'institution scolaire, mais aussi répondent à des exigences liées à l'exercice même du métier. Pourtant toute personne qui entre dans une salle de classe et observe le déroulement de la séance, perçoit combien l'acte d'enseignement est éminemment personnel. Dans notre étude, la question de la diversité des pratiques est posée pour identifier les marges de manœuvre investies par les professeurs, par delà les contraintes.

Pour comprendre le travail du professeur autrement que par ses conséquences éventuelles sur les apprentissages des élèves, et en inscrivant nos analyses dans le cadre de la « double approche » définie dans la partie 1, nous prenons en compte le fait que le professeur cherche à concilier des objectifs d'apprentissage et des impératifs professionnels qui s'expriment par rapport à lui, et pas seulement par rapport à ses élèves.

Les pratiques de quatre professeurs exerçant dans des conditions similaires sont analysées. Des observables qui portent sur le scénario prévu et sur son déroulement en classe, sont définis de manière à mener des comparaisons entre les professeurs, et pour chacun d'entre eux, entre la préparation des cours et son déroulement.

Des contraintes sont élucidées qui montrent que tous les scénarios envisageables *a priori* ne sont pas réalisables dans l'enseignement. Ces contraintes conduisent à une certaine régularité des pratiques enseignantes pour ce qui concerne les deux premiers niveaux d'analyse des activités des élèves, c'est-à-dire pour le premier, les dynamiques globales entre ce qui est communément appelé cours et exercices, et pour le deuxième, les tâches mathématiques proposées aux élèves. La variabilité des pratiques émerge principalement des analyses concernant le troisième niveau, celle du déroulement avec les conditions de travail des élèves et les aides apportées par le professeur. Nous montrons enfin comment l'investissement personnel de l'enseignant dans son travail, engendre une cohérence des pratiques qui font qu'un enseignant particulier ne peut vraisemblablement pas spontanément mettre en œuvre n'importe quel scénario d'enseignement, quand bien même ce scénario pourrait être adopté avec satisfaction par un de ses collègues. Des conséquences de ce résultat seront exploitées dans la partie 6 où la formation des enseignants de mathématiques est abordée.

Le paragraphe I précise la problématique de la recherche et les éléments théoriques qui la fondent. Il montre aussi comment la méthodologie générale de la double approche a été spécifiée à cette étude particulière. Le paragraphe II présente les résultats concernant les scénarios possibles, les contraintes qui pèsent sur l'enseignement, et il montre quels sont finalement les scénarios réalisables. Les paragraphes III et IV sont respectivement consacrés à l'étude des scénarios d'enseignement des professeurs observés et de leur déroulement ; quelques réponses sont apportées aux questions de régularité et de variabilité, posées dans la problématique. Le paragraphe V dresse un bilan des analyses par séquence et propose des interprétations relatives à la cohérence des pratiques enseignantes.

I. Questions de recherche et méthodologie

Ce premier paragraphe a pour objet de préciser la problématique de la recherche qui vient d'être présentée, et d'indiquer comment les éléments théoriques et méthodologiques généraux qui ont été exposés dans les deux parties précédentes du livre, ont été adaptés à cette étude particulière.

1. Problématique

La question de la régularité et de la variabilité des pratiques enseignantes, a été décomposée en trois groupes de questions que nous détaillons en indiquant, de manière encore succincte, les moyens mis en œuvre pour y répondre.

Des questions sur les scénarios d'enseignement et les tâches prescrites

Le premier groupe de questions porte sur les enseignements possibles et sur les choix des enseignants observés par rapport à ces possibles. Après avoir évalué les enjeux de la multiplication des décimaux, nous en recherchons les transpositions didactiques possibles à la lumière des nombreuses publications qui abordent la transmission de ce savoir. Puis nous comparons les scénarios élaborés par les professeurs en référence à ces possibles précédemment déterminés¹.

Des questions sur les déroulements en classe

Le deuxième groupe de questions porte sur le déroulement et plus particulièrement sur le travail des élèves en fonction de celui du professeur². D'une part, nous cherchons à mettre en rapport les tâches prévues dans le scénario et les activités possibles des élèves, d'autre part nous étudions les interactions en classe et les aides que les professeurs apportent aux élèves pendant la réalisation des tâches proposées.

Des questions sur les contraintes et sur les marges de manœuvre

Le troisième groupe de questions porte sur les contraintes et les marges de manœuvre, ainsi que sur la cohérence des pratiques. Par une étude des textes officiels, nous spécifions les contraintes de l'institution scolaire, qui fixe à la fois le nombre d'heures d'enseignement et les savoirs à transmettre. Par des entretiens avec les professeurs, nous tentons d'évaluer le poids des contraintes liées aux attentes diverses des professionnels de l'établissement scolaire, et des contraintes liées à l'exercice même du métier, notamment la gestion des élèves c'est-à-dire de leur hétérogénéité, de leurs attentes, de leurs demandes, de leurs erreurs, etc.

Les résultats concernant la variabilité des pratiques sont interprétés comme l'investissement de marges de manœuvre par les enseignants, marges de manœuvre que nous essaierons de circonscrire pour, nous ne le ferons pas ici mais l'objectif sera poursuivi dans la partie 6, définir un espace des possibles du développement professionnel.

Entre contraintes et marges de manœuvre, se pose la question de la cohérence des choix des enseignants. Même si du point de vue théorique la cohérence des pratiques est admise, pour savoir comment se manifeste cette cohérence, nous en cherchons des « traces », des indices, en croisant les choix effectués par les professeurs depuis la préparation des cours jusqu'au déroulement en classe.

2. Principales références théoriques

Les éléments théoriques qui fondent cette recherche ont été explicités dans les deux premières parties de ce livre auxquelles nous renvoyons le lecteur, y compris pour la bibliographie. Cependant nous rappelons ici ceux qui ont été principalement utilisés, et dans un paragraphe

¹ Premier niveau global et deuxième niveau d'analyse des activités des élèves.

² Troisième niveau d'analyse des activités des élèves.

qui décrit la méthodologie générale de notre travail, nous expliquerons comment ils ont été spécifiés pour cette recherche particulière.

Pour l'analyse de la notion enseignée, ce que nous appelons « le sens » de la multiplication doit se comprendre en référence à la théorie des champs conceptuels (Vergnaud, 1990). Les enjeux mathématiques des enseignements de la multiplication des nombres décimaux ont été étudiés en référence aux travaux de Brousseau (1986, 1998), de Douady (1986), de Perrin-Glorian (1984) pour les nombres décimaux, et aux travaux de Vergnaud (1981, 1983), de Rogalski (1985) et de Butlen (1985) pour la multiplication. Concernant les scénarios d'enseignement, possibles et réalisés, nous avons notamment porté notre attention sur les dynamiques ancien/nouveau, les dialectiques contextualisations/ décontextualisation, les dialectiques outil/objet, les représentations symboliques, et bien sûr les spécificités des tâches proposées aux élèves. Pour l'étude des déroulements, trois directions ont été particulièrement développées. Les activités possibles des élèves ont été étudiées et comparées aux activités attendues compte tenu des tâches mathématiques qui leur ont été proposées. Les aides des professeurs ont été examinées, catégorisées et croisées avec éventuelles difficultés rencontrées par les élèves. Une approche chronologique du déroulement a aussi été mise en œuvre pour évaluer notamment l'effet du temps qui passe sur les pratiques des professeurs.

En ce qui concerne les analyses du métier des professeurs de mathématiques, nous retenons principalement deux hypothèses élaborées à partir de travaux de psychologie ergonomique : l'existence d'une tâche redéfinie qui s'interprète par l'implication personnelle dans l'activité professionnelle, et la modélisation proposée par Rogalski (2003) du travail des professeurs comme la gestion d'un environnement dynamique ouvert dans un milieu humain.

3. Des sources publiées et des sources expérimentales

Nous avons mené une étude de type clinique qui porte sur les séquences d'enseignement de la multiplication des nombres décimaux de quatre professeurs en classe de sixième. Elle comporte et elle croise une analyse des scénarios (possibles et réels), une analyse des tâches et une analyse des déroulements, menées conformément aux trois niveaux des analyses des activités des élèves (chapitre 2, partie 1). Ce paragraphe indique plus précisément ce qui a été étudié.

Utilisation des sources publiées pour déterminer les scénarios possibles

La détermination des scénarios réalisables a été menée par le croisement d'études de la notion mathématique, des exigences institutionnelles, et des contraintes liées aux connaissances antérieures des élèves et à leurs difficultés d'apprentissage de cette notion. Ces études reposent sur des sources publiées que sont les programmes, les manuels, les évaluations des compétences des élèves, les publications à l'intention des enseignants ainsi que les travaux de recherche en didactique des mathématiques.

Nous avons d'abord évalué les enjeux mathématiques de l'enseignement de la multiplication des nombres décimaux en référence à la théorie des champs conceptuels. Dans les limites de la multiplication des nombres décimaux, nous avons repéré les situations multiplicatives, les propriétés de l'opération et les techniques de calculs, les écritures multiplicatives et leurs transformations, ainsi que les liens qu'entretiennent les situations, les propriétés et les écritures.

Une étude de la transposition didactique a été menée par l'analyse des diverses propositions d'enseignement (programmes, manuels, brochures à l'intention des enseignants, ingénieries didactiques) en fonction de critères spécifiques au premier niveau des analyses des activités des élèves (niveau global, chapitre 2, partie 1).

Cette étude des scénarios « théoriquement possibles » a été complétée pour déterminer les scénarios « effectivement réalisables » en tenant compte de deux facteurs qui influencent de

façon importante les choix des professeurs : les connaissances et les difficultés des élèves d'une part, et le programme officiel d'autre part. Les connaissances des élèves ont été étudiées par le biais des résultats à différentes évaluations menées par le ministère de l'Éducation nationale et par l'APMEP (association des professeurs de mathématiques). Les contraintes liées au programme officiel ont été déterminées par une analyse de type écologique (Chevallard, 1994) de ce programme et des manuels en cours l'année où les professeurs ont été observés.

Les sources expérimentales : choix des séquences et réalisation du corpus

Les sources expérimentales sont issues des cours dispensés par les professeurs que nous avons observés. Compte tenu de la question centrale sur la régularité et la variabilité interindividuelle des pratiques, toutes les variables qui concernent l'enseignement ont été fixées, sauf celles qui sont liées au professeur en tant qu'individu. Ainsi la notion enseignée est commune, les classes de sixième sont globalement de même niveau, de même effectif et disposent d'horaires identiques, le manuel scolaire utilisé est commun et les professeurs sont tous des professeurs expérimentés. Afin de neutraliser aussi le facteur temps, chaque professeur a été observé durant toutes les séances consacrées à la multiplication des décimaux. Le terme « séquence » désignera l'ensemble de ces séances.

La constitution du corpus de données repose sur la définition d'observables qui ont servi à coder les transcriptions des projets des professeurs et des déroulements. Afin de percevoir à la fois des régularités et des différences entre les pratiques, un point de vue médian sur les séquences observées a été adopté. Trois observables des projets des professeurs et trois observables des déroulements ont été définis. Ils sont présentés dans les deux paragraphes suivants. Indiquons déjà que ces observables sont ni trop fins, pour ne pas masquer les régularités, ni trop grossier, pour ne pas écraser les différences.

4. Adaptations de la méthodologie générale à l'analyse des projets

L'étude des pratiques des professeurs observées résulte dans un premier temps de l'analyse comparée de deux observables que sont le champ mathématique de la séquence et la stratégie d'enseignement. Les tâches proposées aux élèves constituent le troisième observable.

Analyse des scénarios (premier niveau global de l'analyse des activités élèves)

Le champ mathématique est l'ensemble des contenus abordés durant la séquence : les notions, les situations, les représentations symboliques et leurs transformations éventuelles, les propriétés et les théorèmes.

La stratégie d'enseignement est l'organisation des contenus mathématiques de la séquence selon un itinéraire. Cet itinéraire est déterminé par des motifs cognitifs ou mathématiques, qui varient en fonction des professeurs. La stratégie d'enseignement permet de prendre en compte, par exemple, le fait qu'un enseignant commence ou non par exposer le savoir avant de le faire utiliser par les élèves. Elle comprend aussi l'intégration des phases d'institutionnalisation du savoir en classe pour laquelle trois modes sont distinguées :

- avec le mode *bilan*, le professeur institutionnalise les savoirs qui ont été construits en classe par les élèves à partir de questions posées en classe ;
- le mode *apport* concerne l'énoncé de savoirs qui répondent à un problème posé en classe mais qui n'a pas été résolu par les élèves ;
- le mode *déclaration* correspond à la présentation de savoirs mathématiques sans qu'ils n'aient jamais fait l'objet d'un questionnement préalable en classe.

Analyse des tâches proposées (deuxième niveau)

Les tâches proposées recouvrent ce qui est demandé aux élèves par leur professeur. Dans cette recherche, les seules tâches retenues sont celles dont le but est lié à l'apprentissage de mathématiques : l'énoncé d'un exercice ; devoir écouter ou recopier (un fragment du cours ou la solution d'un exercice) ; devoir formuler un résultat, une définition ou une propriété... Nous ne détaillons pas davantage cette partie de la méthodologie, nous renvoyons le lecteur à la première partie du livre où les méthodes d'analyse des tâches ont été développées.

5. Adaptations de la méthodologie générale à l'analyse des déroulements

Pour l'analyse des déroulements, nous avons retenu comme observables les aides que les professeurs apportent aux élèves (et les activités possibles des élèves) et la chronologie de l'enseignement.

Les aides que les professeurs apportent aux élèves

Un professeur peut apporter une aide procédurale pour faciliter la tâche parce qu'il perçoit une difficulté, parce que les élèves ne vont pas suffisamment vite et qu'il est pressé par le temps, ou au contraire pour enrichir la tâche parce qu'il trouve que les élèves pourront en apprendre davantage. Nous avons rencontré trop peu d'aides constructives pour que leur étude apporte des éléments à cette recherche. Le plus souvent, les professeurs observés proposent une aide lorsqu'il se produit ce que nous appelons un *incident didactique*, et l'aide du professeur est une gestion de l'incident.

Les incidents considérés ici ne sont pas des incivilités, mais des manifestations publiques (au sens où elle s'intègre à la dynamique de la classe) d'un élève ou d'un groupe, en relation avec l'enseignement, et en décalage négatif par rapport aux réponses envisageables compte tenu de la tâche proposée et du temps laissé pour produire une telle réponse. Quatre incidents ont été envisagés *a priori* : un élève ou un groupe d'élèves pose une question, commet une erreur, répond de manière incomplète ou reste silencieux alors que le professeur attend une réponse. Ces incidents ont été les plus nombreux, notamment les trois premiers. Deux incidents ont été parfois repérés : un désaccord entre élèves alors que personne n'a tort (la méthode est différente, ou la forme du résultat proposé est différente), une réponse apportée à une question hors de portée des élèves (cela arrive lorsque le professeur veut faire comprendre à la classe l'impossibilité de résoudre un problème et qu'un des élèves propose pourtant une solution). Voici pour illustrer les incidents les plus fréquents, des exemples relatifs à la tâche :

« Placez la virgule manquante : $1,35 \times 42 = 5,67$ ».

La question. Raphaël : « Madame, a-t-on le droit de dire qu'il ne manque pas de virgule ? » Manifestement, Raphaël compte les décimales. Sa question montre un décalage négatif par rapport à l'activité qui mène à la réponse exacte.

L'erreur. Maud : « Pour placer la virgule, j'ai ajouté un zéro. J'ai écrit : $1,35 \times 0,42 = 5,67$ ». L'erreur de Maud est certainement héritée de l'addition des décimaux.

La réponse incomplète. Si Maud avait dit seulement « Pour placer la virgule, j'ai ajouté un zéro » sa réponse incomplète aurait constitué un incident. La classe aurait pu alors se demander si Maud pensait à 0,42, à 4,02, à 4,20 ou à 42,0, toutes ces réponses correspondant à des démarches possibles.

La *gestion* d'un incident est l'intervention du professeur consécutive à cet incident. Dans les séquences observées, huit modes de gestion des incidents ont été distingués. Ils ont été classés en deux groupes suivant qu'ils tendent ou non à relancer le travail de réalisation de la tâche par les élèves. Cinq techniques sont utilisées par les professeurs observés pour relancer le travail des élèves, qui ne modifient pas nécessairement la tâche proposée : *changer d'intervenant*, *guider* l'élève vers la réponse attendue, *faciliter* la tâche, *demander un approfondissement* de la réponse, ou simplement *reprendre* la réponse fournie de façon neutre. Trois techniques permettent de ne pas relancer le travail de réalisation de la tâche par

les élèves, ou même de l'arrêter : *ignorer* l'incident, rejeter l'intervention ou rompre le silence de l'élève et *répondre* à sa place, ou bien l'accepter et *compléter* par la réponse attendue.

On comprend que l'accueil des incidents par le professeur et la gestion qu'il en a, sont des facteurs qui influent sur les conditions de travail des élèves, sur la qualité de leurs activités effectives et, nous en faisons l'hypothèse, sur leur apprentissage.

La chronologie de la séquence

Les séances n'ont pas été chronométrées mais elles ont été décomposées en épisodes, c'est-à-dire en fractions de séance caractérisées par le but spécifique que l'enseignant veut atteindre. Un épisode correspond souvent à la réalisation d'une tâche, éventuellement de plusieurs tâches lorsque celles-ci répondent au même but pour l'enseignant. Au niveau global, la chronologie a un intérêt pour analyser le déroulement d'une séquence : l'organisation des moments de l'apprentissage reflète la dynamique entre le cours et la résolution de problèmes. À un niveau local, la chronologie nourrit l'analyse de la gestion des incidents, notamment quant à l'influence du temps qui passe, sur ces interactions entre le professeur et les élèves.

II. Des scénarios possibles aux scénarios réalisables

À partir des travaux publiés dont les références ont été données précédemment, nous avons repéré le champ conceptuel de la multiplication pour ce qui concerne la multiplication des décimaux, et nous avons identifié les possibles de la transposition didactique. Par une évaluation des contraintes qui pèsent sur cet enseignement, et un retour sur l'étude des manuels scolaires, nous sommes passé des scénarios possibles aux scénarios réalisables.

1. Les scénarios possibles

Deux classifications des enseignements proposés dans les publications

À la lecture des publications, les enseignements de la multiplication des décimaux se différencient par la représentation des nombres décimaux et par des choix didactiques globaux. Ainsi les nombres décimaux peuvent être considérés comme des rationnels particuliers ou bien utilisés indépendamment des fractions, cela a des conséquences sur les tâches proposées, notamment les jeux de changements d'écriture et les moyens disponibles pour justifier de la technique opératoire. Trois types de scénarios possibles se distinguent en fonction de choix concernant la première composante des pratiques. Dans les scénarios du premier type, la technique opératoire est d'abord exposée par le professeur, puis elle est appliquée par les élèves pour calculer des produits éventuellement issus de problèmes où la multiplication est contextualisée. Avec un scénario du deuxième type, le professeur propose d'abord un problème en introduction, la technique opératoire est élaborée seulement partiellement par les élèves et/ou sans lien avec le problème précédent, puis elle est appliquée. Dans le troisième type de scénario, des problèmes issus de situations multiplicatives sont proposés aux élèves, leur résolution conduit à l'élaboration de la technique opératoire qui sera institutionnalisée et réinvestie dans de nouveaux problèmes.

Les manuels scolaires proposent tous des scénarios des deux premiers types, les décimaux y sont considérés indépendamment des fractions. Les propriétés algébriques de l'opération sur lesquelles repose la technique opératoire restent toujours implicites. L'étude de situations multiplicatives est globalement délaissée : la multiplication est toujours décontextualisée sauf quand les problèmes portent sur des calculs de prix. À l'opposé, les ouvrages à l'intention des enseignants et les recherches en didactique des mathématiques proposent seulement des scénarios du troisième type. L'analyse montre aussi que les auteurs qui s'adressent directement aux professeurs relient les écritures fractionnaires et les écritures décimales, mais ils ne tissent pas de lien entre le sens de la multiplication et la technique opératoire.

2. Le poids des contraintes

Pour concevoir un scénario d'enseignement, les professeurs utilisent les sources publiées et leurs savoirs mathématiques, ils tiennent compte de certaines contraintes dont les plus importantes sont les exigences du programme officiel, les connaissances réelles des élèves auxquels ils s'adressent, et les difficultés connues de l'apprentissage de la notion enseignée.

Les exigences de l'institution scolaire

La progression des apprentissages est définie par les programmes et conditionne l'enseignement. Les fractions sont introduites dès l'école élémentaire mais ne sont pas approfondies, les calculs avec les fractions s'enseignent seulement au collège. La multiplication est limitée à celle d'un décimal par un entier. Aucune situation multiplicative n'est explicitement hors programme, néanmoins la limitation à un multiplicateur entier privilégie fortement la conception « addition répétée » de l'opération.

En classe de sixième, un contenu mathématique précis est imposé : exploration des différents modes de calcul (posé, mental, réfléchi, approché, instrumenté) et de nombreuses situations multiplicatives. Les nombres rationnels positifs sont approfondis, mais leur multiplication ne s'étudie que l'année suivante. La contrainte de la durée est forte : en envisageant l'ensemble du programme, on peut estimer une durée de 4 à 6 heures pour une séquence portant sur la multiplication des nombres décimaux (y compris la résolution de problèmes issus de situations multiplicatives).

Les connaissances réelles et les difficultés connues des élèves

Les évaluations des compétences des élèves menées en fin d'école primaire ou à l'entrée en sixième permettent d'obtenir des résultats précis sur leur maîtrise des nombres décimaux et de la technique opératoire, moins sur la reconnaissance du modèle multiplicatif dans des problèmes.

Les nombres décimaux restent, pour certains élèves, deux entiers séparés par une virgule, ces entiers ayant éventuellement des statuts différents. Les pourcentages d'erreurs qui correspondent à cette conception varient entre 10 % et 50 % suivant les questions posées. Les multiplications d'un décimal par 10 et 0,1... sont réussies par 50 à 70% des élèves.

La multiplication de deux nombres entiers est effectuée avec succès par environ trois élèves sur quatre, cette proportion étant modulée suivant le choix de certaines variables comme la présence d'un zéro au multiplicateur ou la nécessité d'utiliser un produit de deux facteurs supérieurs à cinq de la table de multiplication. Cette proportion se retrouve approximativement pour la multiplication d'un décimal par un entier. Les évaluations proposées sur la multiplication de deux décimaux après son enseignement, montrent des difficultés d'apprentissage : les questions ne sont réussies que par 35 % à 55 % des élèves, et 20% des erreurs au calcul du produit de deux décimaux surviennent au moment de placer la virgule. Ces derniers résultats pourraient surprendre quiconque limiterait le prolongement de la multiplication des entiers aux décimaux à une affaire de comptage de décimales... Ils montrent, au contraire, que les difficultés d'apprentissage concernant la multiplication et les nombres décimaux resurgissent au moment de placer la virgule du produit.

On trouve peu de situations multiplicatives dans les évaluations, est-ce l'expression de l'attente réelle de l'institution scolaire ou de pré-supposés des évaluateurs quant aux pratiques enseignantes ? Toujours est-il que seules sont évaluées les situations d'isomorphisme de grandeurs et de calcul de l'aire d'un rectangle. On dispose en outre de peu de résultats : les calculs de prix sont reconnus comme des situations multiplicatives par 80% des élèves, la dépendance entre la reconnaissance du modèle et la maîtrise technique apparaît assez faible ; le calcul de l'aire d'un rectangle est une source de difficultés pour plus de la moitié des élèves qui confondent l'aire et le périmètre ou bien leurs formules respectives.

De tels résultats ne peuvent être sans conséquence sur les choix d'un professeur. La tâche est importante (compléter l'acquisition de la notion de nombre décimal, élargir le sens de la multiplication et enseigner une technique opératoire sur laquelle de nombreux élèves trébuchent) et le temps de l'enseignement est compté. Il est peu probable alors qu'un professeur élabore un scénario où la multiplication est contextualisée, où les fractions et les décimaux sont reliés et où les élèves construisent et justifient la technique opératoire à partir d'une situation multiplicative.

III. Des scénarios réels globalement convergents

Les séquences des quatre professeurs ont été comparées depuis l'élaboration du scénario jusqu'à son animation en classe, afin de répondre à la question centrale de la recherche : « régularité et variabilité des pratiques enseignantes ». Les résultats sont présentés dans deux paragraphes consécutifs, celui-là porte sur les scénarios et les tâches proposées, le suivant portera sur les déroulements.

Les professeurs sont désignés par des noms de mathématiciens afin de les distinguer et de les reconnaître au long des analyses : Mesdames Germain, Agnesi et Theano et Monsieur Bombelli.

1. Analyse des scénarios

Par comparaison aux enseignements proposés dans les publications, les choix des professeurs sont convergents : d'une part les scénarios sont tous du 1^{er} ou du 2^e type, et d'autre part les nombres décimaux sont toujours traités indépendamment des fractions. Ce dernier choix doit être rapproché de la contrainte institutionnelle qui programme la multiplication des fractions l'année suivante.

Le champ mathématique est commun

Le champ mathématique est composé des contenus étudiés parmi les techniques de calcul et les propriétés de l'opération, les représentations symboliques et les situations multiplicatives.

Contenus mathématiques	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano
Technique et propriétés				
Technique opératoire	✓	✓	✓	✓
Justification de la technique opératoire	✓	✓	✓	✓
Calcul mental, réfléchi ou approché	✓	✓	✓	✓
Multiplication par un facteur inférieur à un	✓	✓	✓	✓
Multiplication par zéro ou par un				
Propriétés algébriques de la multiplication	✓	✓	✓	
Effet de la multiplication sur l'ordre	✓		✓	
Représentation des décimaux				
Notation décimale	✓	✓	✓	✓
Notation fractionnaire des décimaux				
Écriture avec unité de mesure			✓	
Situations multiplicatives				
Isomorphisme de grandeurs	✓	✓	✓	✓

Produit de mesure				
Opérateur sur une mesure				
Composition d'opérateurs				

Tableau 1 : Champs mathématiques des séquences observées

Tous les professeurs ont enseigné la technique opératoire, l'ont justifiée et ont proposé à leurs élèves d'autres méthodes de calcul, comme le calcul mental, réfléchi ou approché. De même, tous les professeurs ont traité le cas de la multiplication par un facteur inférieur à un ; ce cas particulier est important car il remet en cause le fait que la multiplication agrandisse : cette propriété, héritée du travail sur les entiers, est une source de nombreuses difficultés. Unanimité aussi des professeurs pour ne pas traiter la multiplication par 0 ou 1. L'unanimité disparaît en revanche pour les propriétés algébriques de la multiplication et son effet sur l'ordre.

En ce qui concerne les représentations symboliques, tous les professeurs ont repris la signification de l'écriture décimale, mais aucun n'a fait le lien avec l'écriture fractionnaire. Madame Agnesi est la seule à proposer des liens entre l'écriture décimale et les changements d'unité de mesure.

L'absence d'étude des situations multiplicatives fait l'unanimité complète des professeurs. Les seuls problèmes dans lesquels la multiplication des décimaux est contextualisée sont des problèmes de prix traités dans le cadre numérique. Aucune autre situation n'est étudiée, aucun autre cadre n'est convoqué, même ceux qui sont au programme de la classe de sixième : les professeurs ont préféré les aborder plus tard durant l'année scolaire, sans revenir spécifiquement sur la multiplication.

Les stratégies d'enseignement

L'analyse des stratégies d'enseignement montre que les ingénieries didactiques ne sont pas reprises dans l'enseignement ordinaire mais, au delà de ce constat, des divergences apparaissent, notamment concernant l'introduction et l'institutionnalisation du nouveau savoir.

Une certaine unité se dégage quant à la construction du nouveau savoir : pas de situation adidactique, pas de changement de cadre, pas de dialectique outil/objet. Ainsi, le constat déjà formulé par Bolon (1996) se confirme : pas de reprise des ingénieries didactiques dans l'enseignement ordinaire. Les professeurs, comme les auteurs des manuels scolaires, n'ont donc pas conçu de scénario du troisième type, nous allons voir que l'un d'entre eux a élaboré un scénario du premier type, et que les trois autres ont élaboré un scénario du deuxième type.

Les stratégies d'enseignement des professeurs sont pourtant différentes, leur chronologie révèle des dynamiques différentes entre le cours et les exercices, exercices qui sont parfois des problèmes qui visent l'introduction du nouveau savoir. Madame Germain pose d'entrée de jeu la question à ses élèves : « *Comment calculer le produit de deux décimaux ?* » Elle les laisse produire des règles efficaces sur certains cas particuliers. À la fin de la séquence seulement, toutes ces règles étudiées conduiront les élèves à l'élaboration de la technique usuelle. Monsieur Bombelli commence par exposer la technique opératoire qu'il justifie à l'aide d'opérateurs multiplicatifs, puis il propose des exercices d'application. Madame Agnesi commence par des problèmes de prix de marchandises, les produits de facteurs décimaux peuvent se calculer en effectuant des conversions. Les exemples ainsi fournis permettent d'induire la technique opératoire. Le reste de la séquence est consacré à des exercices d'application et à l'examen systématique des propriétés de la multiplication. Madame Theano introduit le calcul du produit de deux décimaux en utilisant les ordres de grandeurs, la méthode permet d'induire la technique opératoire. Les élèves contrôlent leurs conjectures

avec la calculatrice. Suivent des exercices d'application et de calcul mental dont certains viennent interroger la technique opératoire.

Les phases d'institutionnalisation du savoir sont également nettement contrastées. Madame Germain est le seul des quatre professeurs à n'utiliser que le mode bilan. Au contraire Monsieur Bombelli n'utilise que le mode déclaration. Entre ces deux pôles, Mesdames Agnesi et Theano institutionnalisent avec le mode bilan les savoirs directement liés à leurs stratégies d'enseignement et changent de mode pour les autres savoirs.

Il apparaît finalement une grande homogénéité quant aux contenus enseignés et une certaine diversité quant à aux dynamiques entre la construction du nouveau savoir, son institutionnalisation et sa mise en œuvre pour résoudre des problèmes. Qu'en est-il alors précisément des tâches proposées aux élèves ? C'est l'objet du paragraphe suivant.

2. Analyse des tâches proposées aux élèves

Les tâches proposées ont été distinguées suivant qu'elles introduisent le nouveau savoir ou que les activités proposées qui s'en déduisent visent son apprentissage par des applications, des questionnements ou l'étude de situations multiplicatives.

Tâches proposées	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano
Introduction du nouveau savoir				
Situation adidactique				
Cadres mobilisés	Numérique	Numérique	Numérique	Numérique
La multiplication est un objet de savoir	✓	✓	✓	✓
La multiplication est un outil				
Problème (multiplication contextualisée)			✓	
Activités proposées à partir des tâches				
Détermination d'un produit	75%	71%	50%	64%
Par calcul posé ou instrumenté	17%	14%	17%	09%
Par calcul mental, réfléchi ou approché	58%	57%	33%	55%
Questionnement théorique	25%	29%	33%	18%
Problème (multiplication contextualisée)	00%	00%	17%	18%

Tableau 2 : Les tâches proposées aux élèves et les activités attendues

L'analyse des tâches proposées aux élèves confirme les choix communs des professeurs concernant l'introduction du nouveau savoir : pas de situation adidactique, pas de changement de cadre, pas de dialectique outil / objet. Seule Madame Agnesi propose des problèmes reposant sur une situation multiplicative. Mais la technique n'est pas construite en référence à cette situation.

On remarque également une certaine homogénéité concernant les exercices proposés aux élèves, bien qu'elle ne puisse être établie statistiquement en raison des valeurs trop faibles des effectifs correspondant à certains de ces pourcentages. Une grande partie d'entre eux (50 à 75%) induit une activité de calcul du produit de deux décimaux, mais les applications techniques (9 à 17%) sont très minoritaires devant le calcul mental, réfléchi ou approché (33 à 58%). Les autres exercices conduisent à des questionnements théoriques (18 à 33%) ou à la résolution de problèmes issus de situations multiplicatives (0 à 18%).

Les projets des professeurs observés sont finalement convergents quant aux contenus abordés et aux tâches prescrites, mais se distinguent en partie par la stratégie d'enseignement (organisation chronologique de la séquence et mode d'intégration des phases d'institutionnalisation). Ce bilan contrasté laisse supposer des activités différentes des élèves malgré la proximité des tâches, notamment en ce qui concerne la construction des connaissances. L'analyse des déroulements permettra de conclure quant à cette supposition.

IV. Des déroulements sensiblement différents

L'étude des déroulements comporte deux parties, l'analyse des activités possibles des élèves et celle des aides apportées par les professeurs.

1. Des tâches proposées aux activités possibles des élèves

Avant d'aborder l'analyse des déroulements, il est important de préciser que les séquences observées ont duré de 2h30 à 5h00, évaluation non comprise. La durée estimée à partir des programmes a été donc respectée, vraisemblablement aucun professeur n'a surinvesti l'enseignement de la multiplication du fait de la recherche.

Des activités proposées aux activités possibles

Le passage des activités proposées aux activités possibles demande quelques explications méthodologiques. Lorsqu'un exercice proposé pose une difficulté aux élèves, par exemple « *Placez la virgule manquante : $1,35 \times 42 = 5,67$* », le professeur peut proposer des aides successives qui conduisent à plusieurs étapes dans le travail des élèves qui ne sont pas forcément identiques. Le professeur qui demande de poser l'opération $1,35 \times 42$ provoquera une activité technique à l'issue de laquelle les élèves obtiendront le produit 56,70 ; il pourra alors relancer l'activité des élèves qui mèneront cette fois un calcul raisonné pour en déduire que $1,35 \times 4,2 = 5,67$. L'activité qui consiste à raisonner avec les ordres de grandeur permet d'obtenir directement la même réponse. Les activités possibles pour les élèves dépendent donc du déroulement effectif des séances et c'est l'effet professeur sur ce déroulement que nous cherchons à évaluer et à interpréter.

Les résultats obtenus sont indiqués dans le tableau ci-dessous. Les résultats obtenus sur les tâches et les activités attendues à l'issue des analyses de tâches sont rappelées pour effectuer la comparaison.

Des tâches aux activités effectives	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano
Activités proposées				
Calcul posé ou instrumenté	17%	14%	17%	09%
Calcul mental, réfléchi ou approché	58%	57%	33%	55%
Questionnement théorique	25%	29%	33%	18%
Problème (multiplication contextualisée)	00%	00%	17%	18%
Activités possibles				
Calcul posé ou instrumenté	9%	62%	27%	40%
Calcul mental, réfléchi ou approché	58%	25%	50%	44%
Questionnement théorique	33%	13%	16%	13%
Problème (multiplication contextualisée)	00%	00%	07%	03%

Tableau 3 : Des tâches proposées aux activités possibles

Le tableau montre des différences, pour chaque professeur entre le scénario et son déroulement, et entre les déroulements des quatre professeurs. La référence à la stratégie d'enseignement permet d'interpréter ces résultats.

La stratégie de Madame Germain est de laisser les élèves élaborer des règles pour faciliter le calcul de certains produits, ces règles devant les conduire à la technique opératoire. Les exercices techniques sont souvent enrichis de questions complémentaires favorisant les démarches raisonnées ou le questionnement des élèves si bien que les activités de calcul mental, réfléchi ou approché et de questionnement théorique, sont valorisées par rapport aux activités attendues du même type.

La stratégie de Monsieur Bombelli est de présenter la technique opératoire et de la faire appliquer. On remarque que contrairement à Madame Germain, ce professeur induit une sur-valorisation très importante des activités effectives de calcul posé ou instrumenté au détriment des activités de calcul mental, réfléchi ou approché et des questionnements théoriques. De nombreux incidents, comme ceux qui ont été présentés avec les interventions des élèves Maud et Raphaël, sont en effet rabattus à la technique opératoire, le professeur prenant à sa charge le reste de la réalisation de la tâche.

Les répartitions de Mesdames Agnesi et Theano sont très proches avec une sur-valorisation des activités de calcul posé ou instrumenté et une sous-valorisation des activités de questionnement théorique et de résolution de problème. Elles se distinguent principalement par les activités de calcul posé ou instrumenté. La stratégie d'enseignement explique cette différence : celle de Madame Agnesi est d'introduire la technique opératoire par des problèmes de prix de marchandises, ce qui aboutit à une sur-valorisation du calcul réfléchi, alors que Madame Theano fait placer la virgule en déterminant l'ordre de grandeur du produit, puis contrôler la position de la virgule avec la calculatrice, ce qui engendre une sur-valorisation du calcul instrumenté.

Les résultats bruts qui conduisent au tableau de la distribution des fréquences des activités effectives permettent de confirmer statistiquement la différence constatée entre les séquences : le test du khi-deux d'indépendance confirme³ l'effet professeur sur les activités possibles avec un degré de signification inférieur à 10^{-12} .

Pour conclure l'analyse, on retiendra que les activités possibles des élèves témoignent d'une bien plus grande variabilité des pratiques des professeurs que les activités proposées ne le laissaient prévoir. Le travail du professeur en classe est donc déterminant sur l'activité des élèves : pendant le déroulement, il modifie sensiblement les tâches proposées de manière à renforcer la stratégie d'enseignement qu'il a élaborée en concevant le scénario.

Le cas des activités de construction des savoirs

Une question reste posée quant aux activités de construction des savoirs : nous avons remarqué une variabilité importante des modes d'intégration des phases d'institutionnalisation qui laissait supposer, entre les séquences, des différences concernant ces activités.

Nous avons donc regroupé, d'une part les activités pour lesquelles les élèves doivent appliquer une technique apprise et, d'autre part, celles qui les conduisent à enrichir le stock de leurs connaissances, soit parce qu'ils découvrent de nouvelles propriétés de la multiplication, soit parce qu'ils sont confrontés à un problème pour lequel ils ne disposent pas de méthode de résolution déjà établie.

Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano
----------------	----------------	---------------	---------------

³ À condition de négliger la condition sur les effectifs théoriques des activités de résolution de problème qui sont inférieurs à 5.

Construction de connaissances	80%	20%	53%	44%
Application de connaissances	20%	80%	47%	56%

Tableau 4 : *Activité de construction ou d'application des savoirs*

Les résultats obtenus valident donc l'hypothèse : 80% d'activités de construction dans la séquence de Madame Germain contre 20% dans celle de Monsieur Bombelli ; environ 50% dans les séquences de Madame Agnesi et Madame Theano. L'effet professeur sur la répartition des activités de construction ou d'application des connaissances, est confirmé par le test du khi-deux d'indépendance avec un degré de signification inférieur à 10^{-9} , et cela malgré la proximité des résultats concernant Madame Agnesi et Madame Theano.

Les séquences de Madame Germain et de Monsieur Bombelli constituent deux pôles opposés d'un axe où la classe est soit un lieu de construction du savoir, soit un lieu d'exposition et d'application du savoir. Les séquences de Mesdames Agnesi et Theano occupent des positions médianes sur cet axe.

2. Les incidents didactiques et les aides des professeurs

Le troisième niveau d'analyse des activités des élèves prend en compte la « nature » des activités, ce que nous avons étudié précédemment ; elle prend aussi en compte les conditions de travail qui conditionnent la « qualité » des activités. Nous avons retenu la gestion des incidents didactiques par les professeurs comme indicateur de leurs pratiques par rapport aux conditions de travail des élèves. Les analyses ont porté sur l'effectif et la répartition des incidents didactiques et de leur gestion.

Des incidents nombreux, inégalement répartis suivant les séquences

Le nombre d'incidents par heure de cours varie suivant les professeurs. Ils sont cependant très nombreux : un incident toutes les trois minutes en moyenne dans la séquence de Monsieur Bombelli qui en rencontre le moins, et le double dans celle de Madame Agnesi qui en rencontre le plus.

	Ensemble	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano
Erreur	25%	27%	28%	21%	26%
Question	18%	16%	32%	15%	20%
Réponse incomplète	38%	36%	16%	49%	36%
Silence	9%	12%	8%	6%	7%
Hors de portée	4%	1%	0%	4%	11%
Désaccord	6%	7%	16%	5%	0%

Tableau 5 : *Répartition des incidents dans les séquences observées*

Bien que l'effet professeur sur la répartition des incidents didactiques ne soit pas significatif, on constate quelques valeurs atypiques. Dans la classe de Monsieur Bombelli, les questions sont plus nombreuses et les réponses incomplètes sont plus rares. En revanche, ces dernières sont plus nombreuses dans la classe de Madame Agnesi. Cette différence montre une divergence pédagogique : les élèves de Monsieur Bombelli doivent formuler des réponses plus abouties que ceux de Madame Agnesi, quand ils ne savent pas, au lieu de répondre de façon incomplète, ils se taisent (ce qui explique le plus faible nombre d'incidents) ou ils questionnent leur professeur. Cette exigence conduit aussi à de fréquents désaccords entre

élèves alors que personne n'a tort car ils ne sont jamais sûrs de la forme ou de la démarche attendue par le professeur. Madame Agnesi au contraire sollicite énormément la participation des élèves, quitte à obtenir des réponses moins abouties qu'ils ne pourraient en produire. Les questions hors de portée des élèves sont importantes chez Madame Theano qui utilise beaucoup les ordres de grandeur alors que cette notion pose de nombreux problèmes théoriques⁴. On retiendra donc, pour deux professeurs, une influence sur les incidents qui émergent durant leur séquence liée à leur conception de l'enseignement des mathématiques.

Par la gestion des incidents, les professeurs aident très différemment les élèves

L'étude des modes de gestion des incidents comporte une analyse de leur répartition puis une analyse croisée avec la nature de l'incident, et avec la nature de l'activité au moment de l'incident.

Le tableau suivant montre, pour chaque professeur, la répartition des modes de gestion des incidents, entre ceux qui relancent l'activité des élèves et ceux qui ne la relancent pas.

	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano
Relance l'activité des élèves	72%	21%	42%	50%
Ne relance pas l'activité des élèves	28%	79%	58%	50%

Tableau 6 : Gestion des incidents par les professeurs

La gestion de Madame Germain relance l'activité des élèves dans plus de 70% des cas ; à l'opposé Monsieur Bombelli, près de 80 fois sur 100, préfère ne pas la relancer et finit par réaliser lui-même la tâche proposée aux élèves. Entre ces deux pôles qui ont déjà été identifiés, se situent les gestions de Mesdames Agnesi et Theano. Le mode de gestion des incidents apparaît comme un élément personnel et peu contraint de la pratique d'un enseignant. Ce constat est confirmé par le test du khi-deux d'indépendance qui montre un effet professeur sur la gestion des incidents avec un degré de signification inférieur à 10^{-5} .

Les professeurs modifient-ils la gestion des incidents en fonction de la nature des incidents ou en fonction des activités des élèves ? Les réponses sont très variables. Monsieur Bombelli ne modifie pas sa gestion en fonction de la nature de l'incident. Madame Agnesi et Madame Theano l'adaptent mais elles effectuent des choix opposés : Madame Agnesi relance davantage après des réponses incomplètes, alors que Madame Theano relance davantage après des erreurs. Madame Germain, quant à elle, relance davantage pour gérer les réponses incomplètes et les erreurs. Madame Agnesi et Madame Theano ne modifient pas leur gestion des incidents suivant les activités des élèves. En revanche, les deux autres professeurs radicalisent leur gestion durant les activités les plus fondamentales au regard de la stratégie prévue : celle de Monsieur Bombelli est encore plus directive, et celle de Madame Germain est encore plus ouverte.

En conclusion des deux derniers paragraphes, il apparaît que les scénarios sont globalement contraints, mais qu'il reste une marge de manœuvre investie par les professeurs pour élaborer une stratégie d'enseignement et gérer les interactions professeurs/élèves conformément à leurs conceptions de l'enseignement et de l'apprentissage.

⁴ On pourra consulter à ce sujet l'article de Roditi (2000).

V. Des pratiques sociales, personnelles et cohérentes

La variabilité des pratiques enseignantes se traduit dans les déroulements par la diversité des aides apportées par les professeurs, par l'effet sur les activités possibles des élèves et sur l'émergence des incidents didactiques. Cette diversité est surprenante quand on la compare à la grande convergence des scénarios au niveau global. L'approche ergonomique, en considérant les pratiques des professeurs comme étant à la fois personnelles et partie prenante d'un milieu professionnel, permet d'avancer quelques hypothèses.

1. Entre scénario et déroulement, des résultats sous forme d'hypothèse

Chaque fois que les professeurs ont effectué des choix convergents pour élaborer leur projet, nous nous sommes demandé à quelles nécessités professionnelles cela répondait. Nous avons obtenu quelques résultats qui ont été validés par les professeurs. Ces hypothèses ont été appelées *principes* car tout se passe comme si des principes de nécessité professionnelle étaient respectés par les professeurs.

Trois principes pour délimiter le champ mathématique

Les professeurs observés respectent le contenu du programme, ils en respectent aussi le rythme. Ce *principe de conformité aux programmes officiels* assure une légitimité professionnelle face aux élèves et à leurs parents, aux collègues qui prennent en charge les élèves l'année suivante et qui utilisent cette référence pour programmer la progression des enseignements, aux inspecteurs enfin qui sont garants de la mise en œuvre des consignes ministérielles et en particulier des programmes d'enseignement.

Deux autres principes permettent de mieux comprendre les choix convergents des professeurs pour délimiter le champ mathématique. Le *principe d'efficacité pédagogique* traduit le fait que les professeurs n'aient pas abordé les contenus mathématiques avec lesquels les élèves éprouvent des difficultés et qui ne sont pas « indispensables » à la séquence. Ainsi, les fractions et les aires de rectangles ont été écartées. En outre, le principe de *clôture du champ mathématique* conduit les professeurs à ne pas intégrer au champ mathématique les contenus liés à ceux qui en ont été écartés. Ainsi, les objets mathématiques qui restent dans le champ de la séquence sont reliés entre eux mais ne dépendent pas (ou peu) de ceux qui n'y ont pas été intégrés. De tels principes sont surprenants puisqu'ils conduisent apparemment à écarter de l'enseignement ce qui pose le plus de difficultés aux élèves ! En fait, plus précisément, ces deux principes conduisent à hiérarchiser les contenus et à éviter ceux qui risquent de poser des difficultés que le professeur ne pourra pas traiter, sauf à être dévié de l'itinéraire prévu et à risquer d'engendrer une confusion peu propice à l'apprentissage. Le professeur garantit ainsi une ligne directrice forte. Elle lui permettra de rester dans ce que Rogalski (2003) appelle « *l'enveloppe des trajectoires acceptables du déroulement* ».

Deux principes pour élaborer une stratégie d'enseignement

Deux autres principes aident à comprendre certains choix effectués par les professeurs pour élaborer leur stratégie d'enseignement.

Le principe de *nécessité de succès d'étape* explique que les professeurs segmentent leur enseignement de manière à mettre régulièrement l'élève en activité d'application de ce qui vient d'être enseigné. Les professeurs ne disposent d'aucun modèle précis et complet de la dynamique propre des apprentissages ni de l'impact de l'intervention didactique. Ils utiliseraient les tâches simples et isolées (TSI) pour évaluer au fur et à mesure du déroulement et à très court terme l'impact de leur enseignement. Cela leur permet d'adapter leur activité aux réactions des élèves et de garantir ainsi la confiance et la sérénité de la classe.

Les étapes de travail autonome des élèves sont courtes. On peut penser que pour gagner du temps ou par conviction pédagogique, les professeurs préfèrent montrer l'exemple plutôt que

laisser les élèves réaliser les tâches proposées avec parfois des détours, des erreurs, des méthodes plus lourdes que celles que le professeur veut enseigner. On peut penser aussi qu'après une certaine durée de recherche infructueuse, les élèves attendraient du professeur qu'il expose et qu'il explique ce qu'ils n'ont pas su trouver seuls. On peut facilement supposer que les pratiques des enseignants conditionnent celles des élèves. Il semble néanmoins difficile de déroger : Madame Germain l'a fait, une fois, une seule dans toute la séquence, elle a dû répéter maintes fois qu'elle savait qu'elle faisait « souffrir » ses élèves, comme pour leur montrer qu'elle était convaincue de l'utilité de cette recherche prolongée, comme pour ne pas altérer le sentiment de réussite et de progrès dans l'apprentissage qui assure un climat suffisamment serein pour permettre à la classe de fonctionner. Qui fixe cette durée ? Peut-elle être prolongée au bénéfice de l'apprentissage ? La question est ouverte mais ce principe de *respect de l'attente des élèves* montre le caractère social, partagé, des pratiques enseignantes.

Les projets élaborés par les professeurs sont soumis à des contraintes institutionnelles et ils obéissent à des principes de fonctionnement, socialement partagés par les professionnels ; cela semble expliquer la convergence des scénarios des professeurs observés, malgré les différences constatées dans les stratégies d'enseignement et dans les déroulements.

2. Quelle cohérence des pratiques d'enseignement ?

Le constat simultané de régularité et de variabilité des pratiques d'enseignement qui sont à la fois personnelles et inscrites dans un contexte professionnel, social, pose la question de leur cohérence, pour chaque professeur. Des analyses de chaque séquence, effectuées en croisant les différents résultats recueillis, ont permis de repérer des niveaux de cohérence des pratiques. Une telle affirmation peut sembler imprudente en s'appuyant sur seulement quatre exemples de pratiques, mais nous choisissons de les indiquer car les recherches menées dans l'équipe DIDIREM sur les pratiques des professeurs de mathématiques dans le second degré confirment ces résultats.

On a remarqué souvent l'opposition entre la séquence de Monsieur Bombelli et celle de Madame Germain. Ce qui oppose ces professeurs semble tenir à leur conception de la classe : un *lieu d'exposition et d'application du savoir* pour Monsieur Bombelli ou bien, pour Madame Germain, un *lieu de construction du savoir* par les élèves. Chaque conception donne une cohérence aux pratiques. Dans une classe conçue comme un lieu d'exposition et d'application du savoir, l'exposition des savoirs a lieu très tôt, les activités effectives sont surtout des applications, les incidents sont plutôt des questions ou des erreurs, et leur gestion relance rarement l'activité des élèves. Dans une classe conçue comme un lieu de construction du savoir, le savoir est institutionnalisé assez tard, comme un bilan, les activités de recherche dominant, et la gestion des incidents relance l'activité des élèves, surtout quand ces activités sont importantes dans la stratégie d'enseignement.

La classe de Madame Agnesi se distingue par le nombre beaucoup plus important d'incidents que dans les classes de ses collègues. Cette professeure souhaite que ses élèves s'expriment facilement, elle cherche à en impliquer le maximum dans le déroulement des séances et à favoriser ainsi leur activité. Ses conceptions de l'enseignement et de l'apprentissage font qu'elle attend de sa classe qu'elle soit d'abord un *lieu d'échange entre le professeur et les élèves*. Et les élèves répondent à son attente : le nombre d'incidents didactiques est important et particulièrement celui des réponses incomplètes dont la fréquence est nettement supérieure à celle qui est constatée dans les autres classes. Néanmoins, ces incidents prennent beaucoup de temps, Madame Agnesi les gère donc de manière à obtenir assez rapidement les réponses aux problèmes posés.

Avant de conclure, signalons que la recherche montre un effet de la pression du temps sur les pratiques de certains enseignants. Mesdames Agnesi et Germain ont les séquences les plus

longues, leurs conceptions de la classe comme un lieu d'échange ou comme un lieu de construction du savoir demandent du temps. Pour respecter le rythme qu'impose le principe de conformité aux programmes, les professeurs accélèrent le rythme quand le temps vient à manquer, et leur gestion se ferme une fois passée la première moitié de la séquence.

Conclusion

Cette étude des pratiques des professeurs de mathématiques est une étude de type clinique. Les résultats portent sur le travail de seulement quatre professeurs, ce qui en limite la portée, néanmoins ils ne sont pas infirmés par les autres recherches. Certains niveaux d'analyse des pratiques, notamment le niveau psychologique et le niveau sociologique, ne sont pas pris en compte.

Les régularités constatées montrent que l'institution scolaire, en fixant le savoir à enseigner et la durée de l'enseignement, contraint les pratiques enseignantes, depuis la préparation des cours jusqu'à leur déroulement en classe avec les élèves. En outre, les conditions d'exercice du métier conduisent les professeurs à partager quelques principes généraux, et par conséquent des choix globalement analogues quant aux contenus et à l'organisation adoptée pour les transmettre. Ces invariants délimitent une enveloppe au sein de laquelle s'inscrivent les enseignements observés, et qui ne contient pas tous les scénarios envisageables *a priori* avec seulement des critères liés à l'apprentissage des élèves. De tels résultats ont sûrement des conséquences importantes pour la formation des enseignants.

Néanmoins les pratiques sont variées, les professeurs investissent les marges de manœuvre qui existent par delà les contraintes, et la palette des différences constatées couvre aussi bien les activités possibles en classe chez les élèves que les aides fournies par les professeurs. La diversité observée s'explique par la composante personnelle des pratiques, dont le rapport avec les conceptions de l'enseignement et de l'apprentissage a été montré ici. Des recherches comme celle de Sayac (chapitre 3) montrent le poids d'autres paramètres personnels qui ont des conséquences sur les pratiques. Ainsi tout ne semble pas possible pour un même enseignant, et les choix nombreux qu'il effectue semblent s'articuler autour d'une logique déterminée.

Sur l'exemple de l'enseignement d'un contenu précis, cette recherche a finalement permis de dégager des éléments qui tiennent aux personnes et qui font que les pratiques des professeurs sont variées, de dégager aussi des éléments partagés qui homogénéisent les pratiques, des éléments qui tiennent aux contraintes mais sans doute aussi, plus largement, au métier.